

DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-4-294-305

Перспективные датчики параметров движения, основанные на инерции стоячих волн

В.В. Матвеев, А.Н. Хомячкова, А.В. Каликанов, Д.С. Стрельцов

Тульский государственный университет,
пр-т Ленина, 92, г. Тула 300012, Россия

Поступила 21.07.2025

Принята к печати 10.11.2025

Актуальной задачей для авиационной, космической, транспортной и нефтедобывающей промышленности является миниатюризация и повышение точности систем ориентации и навигации подвижных объектов. Перспективным решением данной задачи является применение волновых твердотельных гироскопов (ВТГ), использующих для обнаружения вращений объекта явление инерции стоячих волн, возбуждаемых в кольцевых или объёмных резонаторах. Показано, что ВТГ могут иметь различные конфигурации резонатора (кольцевую, цилиндрическую, коническую, полусферическую) и изготавливаться из различных конструкционных материалов. Приведены примеры кольцевых кремниевых резонаторов. Показано, что резонаторы ВТГ из металлических сплавов (кольцевой, цилиндрической или конической формы) позволяют создавать датчики среднего класса точности. ВТГ навигационного класса реализуются на основе кварцевых цилиндрических или полусферических резонаторов, постоянная времени которых может достигать до 1000 с и более. Показано, что на основе ВТГ возможно создание датчиков двух типов: измерителей угловых перемещений и датчиков угловой скорости. Представлена математическая модель ВТГ, идентичная уравнениям классического маятника Фуко, применимая для описания датчиков обоих типов. Продемонстрирована эффективность использования уравнений для огибающих амплитуд колебаний при описании динамических характеристик ВТГ. Установлено, что для ВТГ прямого измерения, функционирующего в режиме датчика угловой скорости, повышение добротности резонатора увеличивает его чувствительность к угловой скорости, но снижает быстродействие. На основе векторной диаграммы объяснены процессы, протекающие в ВТГ с контуром компенсации ускорения Кориолиса. Представлена обобщенная математическая модель ВТГ компенсационного типа, учитывающая процессы демодуляции, модуляции и пропорционально-интегральный закон управления стоячей волной. Показано, что постоянная времени ВТГ компенсационного типа определяется коэффициентом интегральной части регулятора.

Ключевые слова: стоячая волна, волновой твердотельный гироскоп, резонатор, уравнения движения

Адрес для переписки:

Матвеев В.В.
Тульский государственный университет,
пр-т Ленина, 92, г. Тула 300012, Россия
e-mail: matweew.valery@yandex.ru

Address for correspondence:

Matveev V.V.
Tula State University,
Lenina Ave., 92, Tula 300012, Russia
e-mail: matweew.valery@yandex.ru

Для цитирования:

В.В. Матвеев, А.Н. Хомячкова, А.В. Каликанов, Д.С. Стрельцов.
Перспективные датчики параметров движения, основанные
на инерции стоячих волн.
Приборы и методы измерений.
2025. Т. 16. № 4. С. 294–305.
DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-4-294-305

For citation:

Matveev VV, Khomyachkova AN, Kalikanov AV, Streltsov DS.
Advanced Motion Parameter Sensors Based on Standing Wave Inertia.
Devices and Methods of Measurements.
2025;16(4):294–305. (In Russ.).
DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-4-294-305

DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-4-294-305

Advanced Motion Parameter Sensors Based on Standing Wave Inertia

V.V. Matveev, A.N. Khomyachkova, A.V. Kalikanov, D.S. Streltsov

Tula State University,
Lenin Ave., 92, Tula 300012, Russia

Received 21.07.2025

Accepted for publication 10.11.2025

Abstract

Miniaturization and increased accuracy of orientation and navigation systems for controlling mobile objects are a pressing task for the aviation, space, transport, and oil and gas industries. A promising solution to this problem is the application of wave solid-state gyroscopes (WSG), which detect object rotations by utilizing the phenomenon of standing wave inertia, excited in ring or bulk resonators. It is shown that WSGs can have various resonator configurations (ring, cylindrical, conical, hemispherical) and be made of various structural materials. Examples of ring silicon resonators are given. It is shown that WSG resonators made of metal alloys (ring, cylindrical or conical) allow creating sensors of the middle accuracy class. Navigation-class WSG are implemented on the basis of quartz cylindrical or hemispherical resonators, the time constant of which can reach up to 1000 s or more. It is shown that on the basis of WSG it is possible to create two types of sensors: angular displacement meters and angular velocity sensors. The mathematical model of the WSG, identical to the equations of the classical Foucault pendulum, is presented. It is applicable for describing sensors of both types. The efficiency of using equations for the envelopes of oscillation amplitudes in describing the dynamic characteristics of the WSG is demonstrated. It is found that for the WSG of direct measurement, operating in the angular velocity sensor mode, an increase in the resonator quality factor increases its sensitivity to the angular velocity, but reduces the response time. Based on the vector diagram, the processes occurring in the WSG with the Coriolis acceleration compensation circuit are explained. A generalized mathematical model of the compensation-type WSG is presented, taking into account the processes of demodulation, modulation and the proportional-integral law of standing wave control. It is shown that the time constant of the compensation-type WSG is determined by the coefficient of the integral part of the controller.

Keywords: standing wave, wave hemispheric gyroscope, resonator, equations of motion

Адрес для переписки:

Матвеев В.В.
Тульский государственный университет,
пр-т Ленина, 92, г. Тула 300012, Россия
e-mail: matweew.valery@yandex.ru

Address for correspondence:

Matveev V.V.
Tula State University,
Lenina Ave., 92, Tula 300012, Russia
e-mail: matweew.valery@yandex.ru

Для цитирования:

В.В. Матвеев, А.Н. Хомячкова, А.В. Каликанов, Д.С. Стрельцов.
Перспективные датчики параметров движения, основанные
на инерции стоячих волн.
Приборы и методы измерений.
2025. Т. 16. № 4. С. 294–305.
DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-4-294-305

For citation:

Matveev VV, Khomyachkova AN, Kalikanov AV, Streltsov DS.
Advanced Motion Parameter Sensors Based on Standing Wave Inertia.
Devices and Methods of Measurements.
2025;16(4):294–305. (In Russ.).
DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-4-294-305

Введение

Миниатюризация и повышение точности систем ориентации и навигации для решения задач управления подвижными объектами – актуальная задача для авиационной, космической, транспортной и нефтедобывающей промышленности [1].

Следуя работе [2] можно констатировать, что перспективными инерциальными датчиками первичной информации, чувствительными к вращению основания в инерциальном пространстве, являются волновые твердотельные гироскопы (ВТГ). Принцип действия ВТГ основан на эффекте инерции стоячих волн, возбуждаемых в кольцевом или объёмном резонаторе, открытом ещё в конце XIX в. Дж. Х. Брайаном при исследовании колебаний тонкостенного бокала [3]. Сущность выявленного эффекта заключается в том, что стоячая волна при повороте основания запаздывает как по отношению к самому основанию, так и к инерциальному пространству. Зная коэффициент запаздывания стоячей волны, можно установить угол поворота основания в инерциальном пространстве, тем самым решить задачу ориентации подвижного объекта без какой-либо связи с внешней средой. Эффект инерции стоячих волн обусловлен действием на колеблющиеся точки резонатора кориолисовых сил инерции. Концепция Брайна была утеряна, вновь обнаружена в 1965 г. [3]. Первые рабочие образцы ВТГ были получены в начале 1980-х гг. благодаря использованию в качестве материала для изготовления резонатора плавленого кварца с добротностью от единиц до десятков миллионов. В работе [4] теоретически доказано, что эффект Брайана справедлив для любого закона угловой скорости основания.

На эффекте инерции стоячей волны могут быть реализованы измерители угловых перемещений и датчики угловой скорости [5], которые имеют ряд преимуществ перед гироскопическими датчиками других типов. Отсутствие вращающихся частей обеспечивает длительный срок службы (свыше 15 000 часов), а также способность выдерживать высокие перегрузки и ионизирующее излучение. Кроме того, ВТГ обладают низким энергопотреблением и малым временем готовности к работе [6]. Благодаря этим преимуществам, разработка ВТГ является перспективным направлением развития инерциальных датчиков, особенно для применений, требующих высокой надёж-

ности, компактности и устойчивости к внешним воздействиям.

В данной работе анализируются современное состояние разработок ВТГ и описание волновых процессов, протекающих в резонаторе, необходимое для получения информации об угле поворота и угловой скорости основания.

Виды резонаторов волновых твердотельных гироскопов

Точность ВТГ и вид его выходного сигнала (угол или угловая скорость) зависят в первую очередь от конфигурации резонатора, используемого конструкционного материала и технологии его изготовления. Для создания резонаторов ВТГ применяются различные материалы, такие как поли- и монокристаллический кремний, элинварные металлические сплавы, кварцевое стекло.

Производство кремниевых кольцевых ВТГ, являющихся датчиками угловой скорости низкого класса точности, основано на технологиях микроэлектромеханических систем (МЭМС), требующих применения специализированного оборудования. Типичный процесс МЭМС-технологии включает в себя подготовку кремниевых пластин, литографию, глубинное травление кремния, осаждение тонких плёнок и другие методы микрообработки [7]. На рисунке 1а приведён пример исполнения кольцевого ВТГ с наружным упругим подвесом, выполненного из кремниевой пластины размером $10 \times 10 \times 0,1$ мм [8]. Нестабильность нулевого сигнала такого МЭМС-гироскопа составила $18^\circ/\text{ч}$. Пример исполнения кольцевого кремниевых гироскопа диаметром 2,7 мм и толщиной 150 мкм с внутренним упругим подвесом приведён на рисунке 1б [9].

Симметричная конструкция кольцевых МЭМС-гироскопов минимизирует различие частот между каналами возбуждения и съёма сигнала, и, как следствие, обеспечивает высокую чувствительность к угловой скорости и устойчивость к внешним ударам и вибрациям [9].

Использование в качестве конструкционного материала металлических элинварных сплавов позволяют создавать инерциальные датчики среднего класса точности с кольцевым (рисунок 2а) [10], цилиндрическим (рисунок 2б) [11] и колоколообразным резонаторами (рисунок 2с) [12].



Рисунок 1 – Волновые твердотельные гироскопы, выполненные по технологии МЭМС, с наружным (а) [8] и внутренним (b) упругим подвесом [9]

Figure 1 – Wave solid-state gyroscopes made using MEMS technology with external (a) [8] and internal (b) elastic suspension [9]

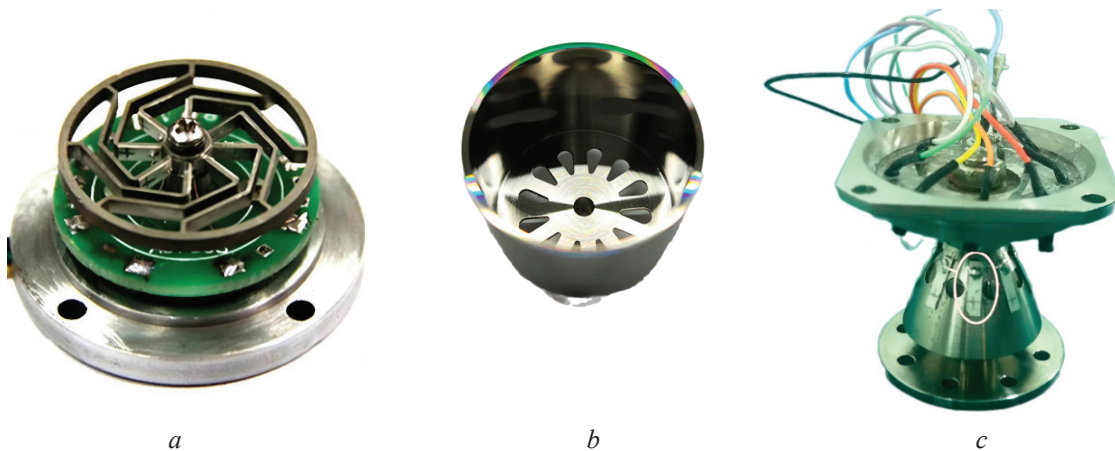


Рисунок 2 – Волновые твердотельные гироскопы с металлическим кольцевым (а), цилиндрическим (b) и колоколообразным (c) металлическими резонаторами

Figure 2 – Wave solid-state gyroscopes with metal ring (a), cylindrical (b) and bell-shaped (c) metal resonators

Простота механической обработки и отсутствие необходимости в специализированном технологическом оборудовании делают металлические сплавы привлекательными для изготовления резонаторов ВТГ [13]. Однако, относительно невысокая добротность металлических резонаторов (порядка 20000–35000) делает практически невозможным реализацию ВТГ интегрирующего типа, так как длительность функционирования определяется «временем жизни» свободной волны [14].

Погрешность существующих образцов ВТГ с металлическим цилиндрическим резонатором составляет порядка $0,5 \text{ } ^\circ/\text{ч}$ [6].

Резонаторы ВТГ навигационного класса, обеспечивающие дрейф $0,01 \text{ } ^\circ/\text{ч}$ и менее, изготавливаются из плавленого кварца и могут иметь форму цилиндра (рисунок 3a) [15] или полусферы (рисунок 3b) [16].

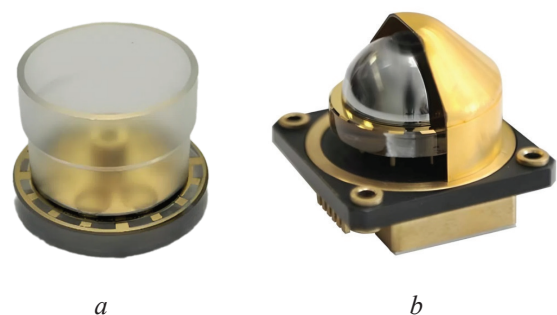


Рисунок 3 – Волновые твердотельные гироскопы с цилиндрическим (а) и полусферическим (b) резонаторами

Figure 3 – Wave solid-state gyroscopes with cylindrical (a) and hemispherical (b) resonators

Благодаря чрезвычайно низкому внутреннему трению кварца достигаются высокие значения добротности, необходимые для

прецизионных измерений угла. Однако следует обратить внимание, что обработка кварцевого стекла весьма трудоёмка и для достижения высокой добротности резонатора требуется применение бесконтактных датчиков и устройств управления стоячей волной.

Режим измерителя угловых перемещений

Для реализации режима измерителя угловых перемещений требуется, так называемое, параметрическое возбуждение резонатора, при котором стоячая волна «свободна» относительно корпуса. После прекращения вращения основания волна остаётся неподвижной в том положении, которое было достигнуто в процессе вращения. При этом волновая картина колеблющегося резонатора будет отставать от поворота основания (рисунок 4) в соответствии с зависимостью [4]:

$$\theta = -\frac{2}{k^2 + 1} \int_0^t \Omega(\tau) d\tau, \quad (1)$$

где θ – угол запаздывания волновой картины относительно основания; k – номер формы колебаний; Ω – угловая скорость основания.

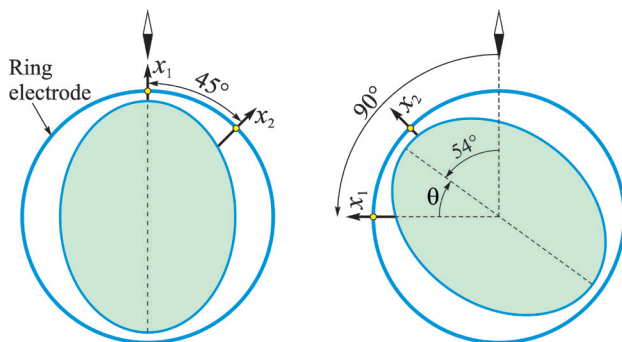


Рисунок 4 – Запаздывание волновой картины при повороте основания

Figure 4 – Delay of the wave pattern when the base rotates

Из соотношения (1) следует, что для наиболее часто используемой второй формы колебаний резонатора с двумя пучностями и четырьмя узлами ($k = 2$) при постоянстве угловой скорости основания, угол запаздывания определяется так:

$$\theta = -0,4\Omega \cdot t.$$

Множитель $k_b = 0,4$, известный как коэффициент Брайана, описывает запаздывание

стоячей волны от поворота корпуса гироскопа. Например, если основание повернётся относительно инерциального пространства на угол 90° , то стоячая волна будет отставать на угол $k_b \cdot 90^\circ = 36^\circ$. Следовательно, относительно инерциального пространства волна повернется на 54° . В аналогичных условиях классический гироскоп с быстро вращающимся ротором, в силу свойства сохранять направление своей главной оси неизменной в инерциальном пространстве, будет отставать от поворота основания на 90° . Коэффициент Брайана k_b является постоянной величиной для данного ВТГ, определяется формой резонатора и его значение, как правило, лежит в диапазоне 0,28–0,4 [4].

Строгая теория ВТГ с кольцевыми и объёмными резонаторами достаточно полно изложена в работе [4]. Для инженерного анализа функционирования ВТГ с различной формой чувствительного элемента широкое применение нашла математическая модель, описывающая колебания резонатора вдоль осей контроля упругих колебаний x_1 и x_2 (рисунок 4), которая эквивалентна уравнениям классического маятника Фуко [17–20]:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x}_1 + (\omega_0^2 - \Omega^2)x_1 &= f_0 \sin \omega_0 t + 2K\Omega \dot{x}_2 + N_1 \dot{\Omega} x_2 \\ \ddot{x}_2 + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x}_2 + (\omega_0^2 - \Omega^2)x_2 &= -2K\Omega \dot{x}_1 - N_2 \dot{\Omega} x_1 \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где x_1, x_2 – деформация резонатора вдоль соответствующих осей контроля; ω_0, Q – круговая частота собственных колебаний и добротность резонатора; Ω – угловая скорость основания; K – коэффициент прецессии волны (для второй формы колебаний $K = 2k_b$); N_1, N_2 – коэффициенты углового ускорения основания; f_0 – удельная амплитуда силы возбуждения стоячей волны.

Оси x_1, x_2 лежат под углом 45° и жёстко связаны с корпусом ВТГ. В исходном состоянии стоячей волны её пучности и узлы для второй формы колебаний совпадают с направлениями x_1 и x_2 . Существенно, что возбуждающее воздействие f_0 в ВТГ изменяется на собственной частоте резонатора, обеспечивая тем самым настройку на резонанс, что необходимо для получения высокой чувствительности ВТГ.

Умножив второе уравнение системы (2) на мнимую единицу j и складывая его с первым уравнением, нетрудно получить одно

дифференциальное уравнение второго порядка, которое при $\omega_0^2 \gg \Omega^2$ принимает вид:

$$\ddot{z} + \left(\frac{\omega_0}{Q} + 2jK\Omega \right) \dot{z} + \omega_0^2 z + jN\dot{\Omega}z = f_0 \sin \omega_0 t, \quad (3)$$

где $z = x_1 + jx_2$ – комплексная переменная.

Поскольку возбуждение резонаторов ВТГ осуществляется на их собственных частотах колебаний (в диапазоне 3–25 кГц, в зависимости от размера и материала резонатора ВТГ), то информационные сигналы, несущие данные о параметрах движения основания, имеют вид амплитудно-модулированных сигналов. Так как несущая колебаний не несёт полезной информации, то при исследовании ВТГ особую практическую значимость приобретают математические модели, описывающие огибающие амплитуд колебаний резонатора. Переход от общей математической модели (3) к уравнению для огибающих обычно выполняется методом медленно меняющихся амплитуд [19], при котором амплитуда и фаза колебаний предполагаются медленно меняющимися функциями, изменением которых в течение периода $2\pi/\omega_0$ пренебрегается, а учитывается лишь их изменение от периода к периоду.

Для уравнения (3) метод медленно меняющихся амплитуд позволяет получить дифференциальные уравнения для амплитуды и фазы колебаний резонатора, которые при постоянной угловой скорости основания Ω имеют вид:

$$\dot{z}^a = -\left(\frac{\omega_0}{2Q} + jK\Omega \right) z^a - \frac{f_0}{2\omega_0} \sin \varphi, \quad \dot{\varphi} = -\frac{f_0}{2\omega_0 z^a} \cos \varphi,$$

где $z^a = x_1^a + jx_2^a$ – комплексная амплитуда колебаний.

Так как в установившемся режиме в условиях резонанса $\varphi = -\pi/2$, то уравнение амплитуд приобретает следующую форму:

$$\dot{z}^a = -\left(\frac{\omega_0}{2Q} + jK\Omega \right) z^a - \frac{f_0}{2\omega_0}. \quad (4)$$

Если в начальный момент времени в резонаторе возбуждена стоячая волна с начальным значением $z_0^a(0) = x_{01}^a + jx_{02}^a$ и далее остаётся свободной от воздействия системы возбуждения, т. е. $f_0 = 0$, то решение уравнения (4) после перехода к первоначальному переменным определяется соотношениями:

$$x_1^a = x_{01} e^{-t/T} \cos \left(K \int_0^t \Omega dt \right), \quad x_2^a = -x_{02} e^{-t/T} \sin \left(K \int_0^t \Omega dt \right), \quad (5)$$

где $T = 2\Omega/\omega_0$ – постоянная времени резонатора.

Из решений (5) следует, что угол поворота основания может быть найден так:

$$\int_0^t \Omega dt = -\frac{1}{K} \arctg \frac{x_2^a}{x_1^a}. \quad (6)$$

Ввиду наличия в решениях (5) затухающих множителей, амплитуды колебаний x_1^a и x_2^a с течением времени снижаются. Однако с повышением добротности, а, следовательно, и постоянной времени T , увеличивается и длительность времени переходного процесса. Так, например, для образцов ВТГ HRG158, HRG130 и HRG115с компании Delco System Operation постоянные времени кварцевых резонаторов составляют 1660 с, 440 с и 110 с соответственно [19]. Так как длительность переходного процесса, по меньшей мере, оценивается как $3T$, то кварцевые резонаторы без подкачки энергии могут совершать свободные затухающие колебания до часа и более. Незатухающие свободные колебания кварцевых резонаторов, как правило, обеспечиваются кольцевым электродом (Ring electrode) (рисунок 4), который электростатическими силами воздействует в тех точках резонатора, где в данный момент находятся пучности стоячей волны.

Постоянная времени металлических резонаторов составляет всего 1–2 с, поэтому их использование для ВТГ в качестве датчиков угловых перемещений без специальных мер продолжительное время не представляется возможным. В работе [21] предложены схемотехнические способы повышения добротности металлических резонаторов, основанные на формировании воздействий со стороны электродов управления по интегралам от перемещений резонатора, компенсирующие диссипацию энергии колебаний резонатора. Математическая модель ВТГ с компенсацией диссипации энергии ВТГ имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 &= 2K\Omega \dot{x}_2 + N_1 \dot{\Omega} x_2 - D \int_0^t x_1 dt \\ \ddot{x}_2 + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 &= -2K\Omega \dot{x}_1 - N_2 \dot{\Omega} x_1 - D \int_0^t x_2 dt \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

где D – коэффициент пропорциональности интегральных членов.

Снижение диссипации обеспечивается тем, что формируемые электродами воздействия $D \int_0^t x_1 dt$, $D \int_0^t x_2 dt$ изменяются в противофазе по отношению к силам вязкого трения $\omega_0 \dot{x}_1 / Q$, $\omega_0 \dot{x}_2 / Q$. Полная компенсация диссипации энергии будет осуществляться при выполнении равенства:

$$D = \omega_0^3 / Q.$$

Так как добротность кремниевых кольцевых МЭМС-резонаторов составляет значения 10^4 – 10^5 при собственных частотах 14 кГц–25 кГц, то их постоянная времени лежит в диапазоне 0,2–1,3 с [9], поэтому МЭМС-гироскопы реализуются, как правило, в качестве датчиков угловой скорости.

Режим датчика угловой скорости прямого измерения

При реализации ВТГ в режиме датчика угловой скорости возбуждение, известное как позиционное, осуществляется вдоль оси x_1 и стоячая волна, как бы «привязана» к этому направлению (рисунок 5). При вращении основания с угловой скоростью Ω происходит запаздывание стоячей волны и её пучность вызывает появление выходного сигнала на электродах оси x_2 , расположенных под углом 45° к оси возбуждения x_1 . По амплитуде колебаний сигнала, снимаемого с электродов оси x_2 , судят об измеряемой угловой скорости основания. После прекращения вращения волна возвращается к исходному направлению x_1 , создаваемому системой возбуждения.

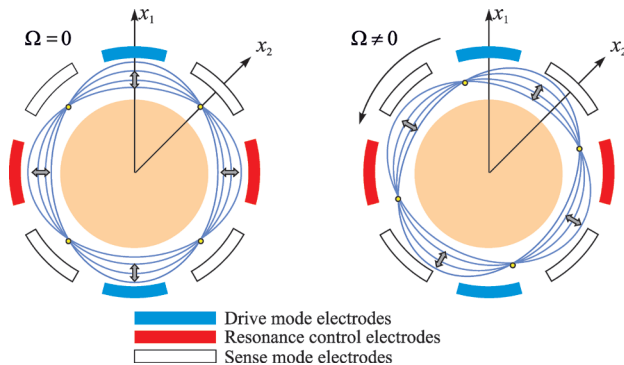


Рисунок 5 – Режим датчика угловой скорости

Figure 5 – Angular velocity sensor mode

Решение уравнения (4) при $f_0 \neq 0$, $z^a(0) = 0$, даёт следующие законы изменения огибающих

амплитуд колебаний сигналов вдоль осей контроля x_1 и x_2 :

$$x_1^a(t) = \frac{f_0 T}{2\omega_0(1 + K^2 T^2 \Omega^2)} \{1 + e^{-t/T} [KT\Omega \sin(K\Omega t) - \cos(K\Omega t)]\}; \quad (8)$$

$$x_2^a(t) = \frac{f_0 T}{2\omega_0(1 + K^2 T^2 \Omega^2)} \{-KT\Omega + e^{-t/T} [KT\Omega \cos(K\Omega t) + \sin(K\Omega t)]\}. \quad (9)$$

На рисунке 6 приведены графики зависимости установившихся амплитуд колебаний от угловой скорости основания для резонатора ВТГ с параметрами: $f_0 = 0,1$ м/с², $\omega = 5000$ Гц, $Q = 30000$, $K = 0,7$, $T = 1,91$ с. Из результатов моделирования следует, что по мере возрастания угловой скорости Ω амплитуда колебаний x_1^a снижается за счёт прецессии пучности стоячей волны. По мере приближения пучности к направлению x_2 возрастает амплитуда колебаний x_2^a . Максимум амплитуды x_2^a возникает при достижении угловой скорости Ω_m :

$$\Omega_m = \frac{1}{KT} = \frac{\omega_0}{2KQ}. \quad (10)$$

При дальнейшем увеличении угловой скорости амплитуда сигнала x_2^a снижается. Следует отметить, что при угловой скорости $\Omega = \Omega_m$ амплитуды колебаний равны $x_1^a = x_2^a$. Кроме того, отношение амплитуд колебаний линейно зависит от угловой скорости основания:

$$x_2^a / x_1^a = \frac{2KQ}{\omega_0} \Omega, \quad (11)$$

что позволяет сформировать достаточно широкую линейную зону рабочей характеристики ВТГ.

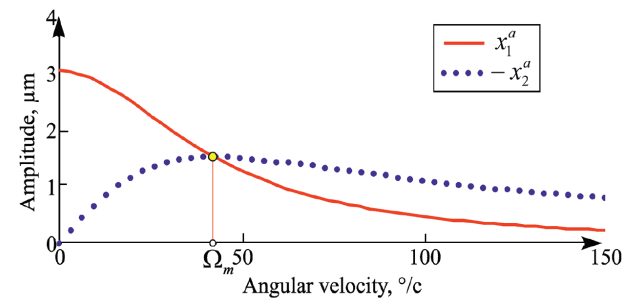


Рисунок 6 – Зависимость установившихся амплитуд колебаний резонатора от угловой скорости основания

Figure 6 – Dependence of the steady-state amplitudes of the resonator oscillations on the angular velocity of the base

Из отношения (11) также следует, что чувствительность ВТГ к измеряемой угловой скорости возрастает с повышением добротности Q .

Однако с повышением добротности увеличивается и постоянная времени T и, как следствие, снижается быстродействие датчика. Так, например, для ВТГ с металлическим резонатором время переходного процесса составит $3T=3-6$ с, что недопустимо велико даже для неманевренных объектов. Из вышесказанного следует, что имеет место два противоречивых требования: с одной стороны для повышения чувствительности к измеряемой угловой скорости Ω необходимо увеличивать добротность Q , с другой стороны для увеличения быстродействия её необходимо снижать. Для преодоления данного противоречия необходимо реализовывать ВТГ с контуром компенсации кориолисова ускорения.

Режим компенсационного датчика угловой скорости

Для формирования компенсационного ВТГ в режиме датчика угловой скорости важны фазовые соотношения между сигналом возбуждения и откликом различных параметров ВТГ, которые удобно анализировать с помощью векторной диаграммы, приведённой на рисунке 7.

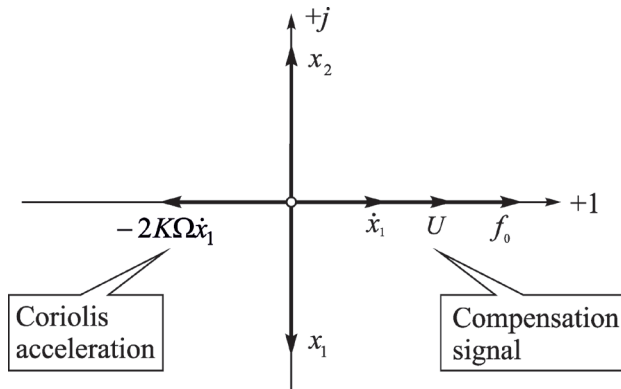


Рисунок 7 – Векторная диаграмма процессов, протекающих в резонаторе

Figure 7 – Vector diagram of the processes occurring in the resonator

Из первого уравнения системы (2) следует, что воздействие возбуждения $f_0 \sin \omega_0 t$ на собственной частоте резонатора ω_0 приводит к его отклику по оси x_1 с фазовым запаздыванием минус 90° по отношению к нему. При этом скорость колебаний $\dot{x}_1$ за счёт фазового опережения $+90^\circ$ изменяется синфазно с возбуждением $f_0 \sin \omega_0 t$ (рисунок 7). При вращении

основания с угловой скоростью Ω , возникает кориолисово ускорение (Coriolis acceleration) $-2K\Omega\dot{x}_1$ (второе уравнение системы (2)), которое меняется в противофазе по отношению к скорости $\dot{x}_1$. Ускорение Кориолиса приводит к возбуждению колебаний резонатора по оси x_2 , которые в условиях резонанса запаздывают по отношению к нему на минус 90° . Таким образом, в идеальном резонаторе колебания по осям x_1 и x_2 происходят в противофазе (либо в фазе, в зависимости от знака Ω).

В ВТГ, подобно механическому гироскопическому датчику угловой скорости с электрической пружиной, необходимо сформировать на основе отклика x_2 сигнал компенсации U (Compensation signal), который должен действовать в противофазе к кориолисовому ускорению. Из рисунка 7 следует, что для формирования сигнала компенсации отклик x_2 должен быть сдвинут на 90° по отношению к первоначальной фазе. Так как в реальности отклик x_2 не совпадает на векторной диаграмме с направлением оси ординат ($+j$), то при формировании сигнала компенсации из него выделяют синфазную R и квадратурную I составляющие. Для улучшения динамических характеристик ВТГ сигналы огибающих R и I пропускают через пропорционально-интегральные (ПИ) регуляторы (proportional-integral regulators, PI regulators) и затем снова модулируют со сдвигом на 90° относительно их исходных фаз.

Математическая модель ВТГ с контуром обратной связи, описывающая вышеуказанные процессы, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 &= f_0 \sin \omega_0 t + 2K\Omega \dot{x}_2 + N_1 \dot{\Omega} x_2 \\ \ddot{x}_2 + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 &= -2K\Omega \dot{x}_1 + U - N_2 \dot{\Omega} x_1 \\ T_{LPF} \dot{R} + R &= 2x_2 \cos \omega_0 t \\ T_{LPF} \dot{I} + I &= 2x_2 \sin \omega_0 t \\ \dot{R}_{PI} &= k_i R + k_p \dot{R} \\ \dot{I}_{PI} &= k_i I + k_p \dot{I} \\ U &= R_{PI} \sin \omega_0 t - I_{PI} \cos \omega_0 t \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где R, I – демодулированные синфазная и квадратурная составляющие сигнала x_2 ; T_{LPF} – постоянная времени фильтра нижних частот (low-

pass filter, LPF) демодулятора; R_{PI} , I_{PI} – синфазная и квадратурная составляющие после прохождения ПИ-регуляторов; k_p , k_i – коэффициенты пропорциональной и интегральной части ПИ-регулятора.

Первые два уравнения системы (12) идентичны уравнениям (2) для ВТГ прямого измерения, за исключением того, что второе уравнение, помимо ускорения Кориолиса, включает сигнал компенсации U . Третье и четвёртое уравнения системы (12) характеризуют процесс демодуляции для выделения огибающих синфазной R и квадратурной I составляющих. Пятое и шестое уравнения описывают ПИ-регуляторы, на входы которых поступают составляющие R и I . По выходным сигналам ПИ-регуляторов формируется сигнал компенсации U . Структура контура обратной связи компенсационного ВТГ иллюстрируется рисунком 8.

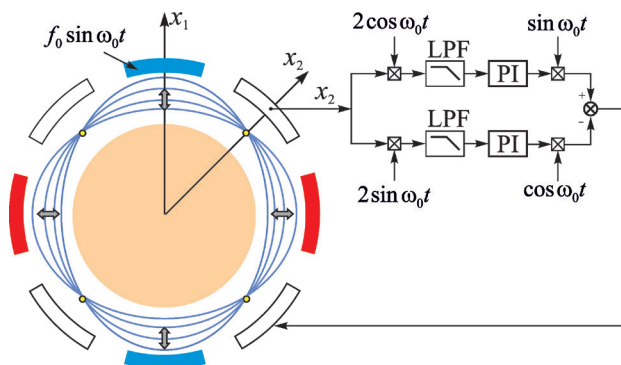


Рисунок 8 – Структура обратной связи компенсационного датчика угловой скорости

Figure 8 – Feedback structure of the compensating angular velocity sensor

Передаточная функция по огибающей ВТГ с обратной связью может быть приближённо представлена в виде:

$$W(s) = \frac{R_{PI}(s)}{\Omega(s)} \approx \frac{f_0 K T}{T_c s + 1}, \quad (13)$$

где $T_c = 2\omega_0 / (T k_i)$ – постоянная времени ВТГ с контуром компенсации кориолисова ускорения; s – аргумент в преобразовании Лапласа.

На рисунке 9 приведены графики отклика сигнала R_{PI} , полученные на основе моделирования системы уравнений (12) и передаточной функции (13). При моделировании угловая скорость основания значением 30 %/с подействовала ступенчато на 10 секунде

после выхода системы возбуждения на режим. Параметры резонатора аналогичные тем, которые использовались при построении графиков на рисунке 6. Постоянные времени фильтров $T_{LPF} = 0,01$ с, параметры ПИ-регулятора: $k_p = 2e + 6$, $k_i = 1e + 6$.

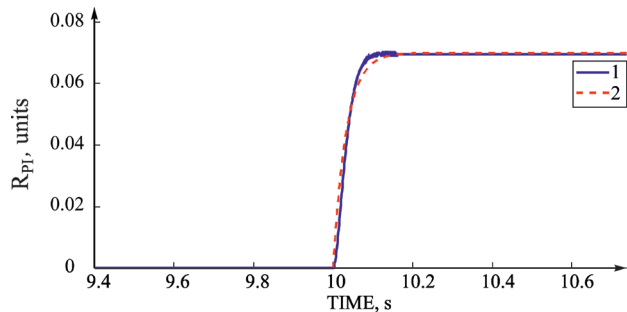


Рисунок 9 – Результаты моделирования волнового твердотельного гироскопа компенсационного типа: 1 – математическая модель (12); 2 – передаточная функция (13)

Figure 9 – Simulation results of a wave solid-state compensation-type gyroscope: 1 – mathematical model (12); 2 – transfer function (13)

Из рисунка 9 следует, что приближённая передаточная функция (13) достаточно точно описывает динамику ВТГ компенсационного типа. Соответствующий выбор коэффициента интегральной части ПИ-регулятора позволяет обеспечить достаточно малое значение постоянной времени T_c компенсационного ВТГ, которое при данных параметрах составило 0,03 с. Наличие ПИ-регулятора в контуре компенсации кориолисова ускорения позволяет устранить нелинейную зависимость выходного сигнала ВТГ от угловой скорости основания.

Заключение

Представлено описание принципа действия перспективных датчиков параметров движения, основанных на инерции стоячих волн в кольцевых или объёмных резонаторах, известных как волновые твердотельные гироскопы. Математическая модель, аналогичная классическому маятнику Фуко, эффективно описывает процессы в резонаторе волновых твердотельных гироскопов, функционирующих как измерители угловых перемещений или датчики угловой скорости. Резонаторы датчиков изготавливаются из различных материалов, таких как кремний, металлические сплавы и

кварц. Выбор материала резонатора и технологии его изготовления определяют потенциальную точность датчика. Контур компенсации кориолисова ускорения позволяет сформировать достаточно высокое быстродействие волновых твердотельных гироскопов без ухудшения чувствительности к измеряемой угловой скорости.

Благодарности

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда «Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований малыми отдельными научными группами» (региональный конкурс) № 25-29-20077, <https://rscf.ru/project/25-29-20077/> по теме: «Разработка алгоритмов ориентации и навигации подвижных объектов различного базирования на основе новых кинематических параметров и способов комплексирования измерительной информации». Авторы также выражают благодарность правительству Тульской области за предоставление гранта в форме субсидий (соглашение № 30-2025-000527 от 03.04.2025).

Список использованных источников

1. Маслов А.А. Волновые твердотельные гироскопы: обзор публикаций / А.А. Маслов, Д.А. Маслов, И.Г. Ниналов, И.В. Меркурьев // Гироскопия и навигация. – 2023. – Т. 31, № 1(120). – С. 3-25.
2. Пешехонов В.Г. Перспективы развития гироскопии / В.Г. Пешехонов // Гироскопия и навигация. – 2020. – Т. 28, № 2(109). – С. 3-10.
DOI: 10.17285/0869-7035.0028
3. Rozelle D.M. The hemispherical resonator gyro: From wineglass to the planets. In Proceedings of the 19th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Savannah, GA, USA, 8–12 February, 2009. pp. 1157-1178.
4. Климов, Д.М. Кварцевый полусферический резонатор (волновой твердотельный гироскоп) / Д.М. Климов, В.Ф. Журавлев, Ю.К. Жбанов. – Москва: Ким Л.А., 2017. – 193 с.
5. Волчихин И.А. Волновые твердотельные гироскопы (аналитический обзор) / И.А. Волчихин [и др.] // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2017. – № 9-2. – С. 59-78.
6. Распопов В.Я. Конкурентоспособный волновой твердотельный гироскоп с металлическим резонатором / В.Я. Распопов, А.В. Ладонкин, В.В. Лихошерст // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2018. – Т. 19, № 12. – С. 777-787.
DOI: 10.17587/mau.ig.777-787
7. Вавилов В.Д. Микросистемные датчики физических величин: монография. / В.Д. Вавилов, С.П. Тимошенко, А.С. Тимошенко. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2018. – 550 с.
8. Иванов, С.Ю. Разработка цифровой электронной подсистемы микромеханического гироскопа с кольцевым резонатором / С.Ю. Иванов // ТРУДЫ МФТИ. Труды Московского физико-технического института (национального исследовательского университета). – 2016. – Т. 8, № 2(30). – С. 142-152.
9. Jia J., Ding X., Qin Z., Ruan, Z., Li W., Liu X., Li H. Overview and analysis of MEMS Coriolis vibratory ring gyroscope. Measurement, 2021. Vol. 182, pp. 109704. **DOI:** 10.1016/j.measurement.2021.109704
10. Zhou X, Wu, Y., Wu, X., Zhang Y., Zheng Y. A novel ring vibrating gyroscope based on side piezo-electrodes. Journal of Central South University. 2016. Vol. 23. pp. 555-561. **DOI:** 10.1007/s11771-016-3102-4
11. Guo X., Cui R., Yan S., Cai Qi., Wei W., Shen C., Cao H. Design and Experiment for N = 3 Wineglass Mode Metal Cylindrical Resonator Gyroscope Closed-Loop System. Electronics. 2023. Vol. 12, no. 1, p. 131.
DOI: 10.3390/electronics12010131
12. Lin Z., Fu M., Zhihong D., Liu N., Liu H. Frequency Split Elimination Method for a Solid-State Vibratory Angular Rate Gyro with an Imperfect Axisymmetric-Shell Resonator. Sensors. 2015;15. pp. 3204-3223.
DOI: 10.3390/s150203204
13. Басараб М.А. Развитие теории создания волновых твердотельных гироскопов с металлическим резонатором / М.А. Басараб [и др.] // Вестник Российского фонда фундаментальных исследований. – 2015. – № 3(87). – С. 84-96.
14. Лихошерст В.В. Датчик угла крена на базе волнового твердотельного гироскопа / В.В. Лихошерст, А.В. Каликанов, Д.С. Стрельцов // Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук. – 2023. – № 2(127). – С. 71-75.
DOI: 10.53816/20753608_2023_2_71
15. Qiu Z, Tianliang Q., Yao P., Yonglei J., Zhenfang F., Kaiyong Y., Jie Y., Hui L. Optical and Electrical Method Characterizing the Dynamic Behavior of the Fused Silica Cylindrical Resonator. Sensors, 2019, vol. 19, no. 13, p. 2928. **DOI:** 10.3390/s19132928
16. Delhay F. HRG by Safran - The game-changing technology. 2018, 3.
DOI: 10.1109/ISS.2018.8358163
17. Lynch D.D. Vibratory gyro analysis by the method of averaging. In: Proceedings of the 2nd St. Petersburg conference on gyroscopic technology and navigation. St. Petersburg. 1995. pp. 26–34.

18. Переляев С.Е. Принципиальные вопросы теории комбинированных свободных гироскопов, функционирующих на двух рабочих модах / С.Е. Переляев // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2021. – № 4. – С. 64–76. – DOI: 10.31857/S0572329921040115

19. Шишаков К.В. Твердотельные волновые гироскопы: волновые процессы, управление, системная интеграция: Монография / К.В. Шишаков, В.В. Хворенков. – Ижевск: Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, 2018. – 264 с.

20. Wei Z., Yi G., Huo Y., Qi Z., Xu Z. The Synthesis Model of Flat-Electrode Hemispherical Resonator Gyro. Sensors, 2019, vol. 19, no. 7, 1690 p.

DOI: 10.3390/s19071690

21. Матвеев В.В. Обеспечение режимов функционирования кориолисовых вибрационных гироскопов с низкочастотными резонаторами / В.В. Матвеев [и др.] // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2024. – Т. 24, № 1. – С. 133–143.

DOI: 10.17586/2226-1494-2024-24-1-133-143

Acknowledgments

This research was supported by a grant from the Russian Science Foundation for "Fundamental Scientific Research and Exploratory Scientific Research by Small Individual Research Groups" (regional competition) No. 25-29-20077, <https://rscf.ru/project/25-29-20077/>, on the topic: "Development of algorithms for orientation and navigation of moving objects of various locations based on new kinematic parameters and methods for integrating measurement information." The authors also express their gratitude to the government of the Tula region for providing a grant in the form of a subsidy (agreement No. 30-2025-000527 dated 03.04.2025).

References

1. Maslov AA, Maslov DA, Ninalalov IG, Merkur'yev IV. Wave solid-state gyroscopes: review of publications. Gyroscopy and navigation. 2023;31;1(120):3–25. (In Russ.).

2. Peshekhonov VG. Prospects for the Development of Gyroscopy. Gyroscopy and Navigation. 2020;28;2(109):3–10. (In Russ.). DOI: 10.17285/0869-7035.0028

3. Rozelle DM. The hemispherical resonator gyro: From wineglass to the planets. In Proceedings of the 19th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Savannah, GA, USA, 8–12 February, 2009;1157–1178 pp.

4. Klimov DM. Quartz hemispherical resonator (solid-state wave gyroscope. Moscow: Kim L. A., 2017.193 p.

5. Volchikhin IA, Volchikhin AI, Malyutin DM, Matveyev VV, Raspopov VYa, Telukhin SV, Shvedov AP. Wave solid-state gyroscopes (analytical review). Bulletin of Tula State University. Technical sciences. 2017;(9):59–78.

6. Raspopov VYa, Ladonkin AV, Likhosherst V V. Competitive wave solid-state gyroscope with a metal resonator. Mechatronics, automation, control. 2018;19(12):777–787. (In Russ.).

DOI: 10.17587/mau.ig.777-787

7. Vavilov VD, Timoshenkov SP, Timoshenkov AS. Microsystem sensors of physical quantities: monograph. Moscow: TEKHNO SFERA, 2018. 550 p.

8. Ivanov SYu. Development of a digital electronic subsystem of a micromechanical gyroscope with a ring resonator. Transactions of the Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University). 2016;8;2(30):142–152.

9. Jia J, Ding X, Qin Z, Ruan Z, Li W, Liu X, Li H. Overview and analysis of MEMS Coriolis vibratory ring gyroscope. Measurement. 202;182:109704 p.

DOI: 10.1016/j.measurement.2021.109704

10. Zhou X, Wu Y, Wu X, Zhang Y, Zheng Y. A novel ring vibrating gyroscope based on side piezo-electrodes. Journal of Central South University. 2016;(23):555–561.

DOI: 10.1007/s11771-016-3102-4

11. Guo X, Cui R, Yan S, Cai Qi, Wei W, Shen C, Cao H. Design and Experiment for N = 3 Wineglass Mode Metal Cylindrical Resonator Gyroscope Closed-Loop System. Electronics. 2023;12(1):131.

DOI: 10.3390/electronics12010131

12. Lin Z, Fu M, Zhihong D, Liu N, Liu H. Frequency Split Elimination Method for a Solid-State Vibratory Angular Rate Gyro with an Imperfect Axisymmetric-Shell Resonator. Sensors. 2015;(15):3204–3223.

DOI: 10.3390/s150203204

13. Matveev VA, Basarab MA, Lunin BS, Chumankin EA, Yurin AV. Development of the theory of creating wave solid-state gyroscopes with a metal resonator. Bulletin of the Russian Foundation for Basic Research. 2015;87(3):84–96. (In Russ.).

14. Likhosherst VV, Kalikanov AV, Streltsov DS. Roll angle sensor based on a wave solid-state gyroscope]. Bulletin of the Russian Academy of Rocket and Artillery Sciences. 2023;127(2):71–75. (In Russ.).

DOI: 10.53816/20753608_2023_2_71.

15. Qiu Z, Tianliang Q, Yao P, Yonglei J, Zhenfang F, Kaiyong Y, Jie Y, Hui L. Optical and Electrical Method Characterizing the Dynamic Behavior of the Fused Silica Cylindrical Resonator. Sensors. 2019;19(13):2928. DOI: 10.3390/s19132928

16. Delhay F. HRG by Safran - The game-changing technology. 2018,3 p.

DOI: 10.1109/ISS.2018.8358163

17. Lynch DD. Vibratory gyro analysis by the method of averaging / In: Proceedings of the 2nd St. Petersburg conference on gyroscopic technology and navigation. St. Petersburg. 1995. pp. 26–34.

18. Perelyaev SE. Fundamental issues of the theory of combined free gyroscopes operating in two working modes. Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Solid State Mechanics. 2021;(4):64–76.

DOI: 10.31857/S0572329921040115

19. Shishakov KV, Khvorenkov VV. Solid-state wave gyroscopes: wave processes, control, system inte-

gration. Izhevsk, Izhevskiy gosudarstvennyy tekhnicheskii universitet imeni M.T. Kalashnikova. 2018, 264 p.

20. Wei Z, Yi G, Huo Y, Qi Z, Xu Z. The Synthesis Model of Flat-Electrode Hemispherical Resonator Gyro. Sensors. 2019;19(7):1690. **DOI:** 10.3390/s19071690

21. Matveev VV, Likhoshester VV, Kalikanov AV, Pogorelov MG, Kirsanov MD, Telukhin SV. Ensuring the operating modes of Coriolis vibratory gyroscopes with low-Q resonators. Scientific and Technical Bulletin of Information Technologies, Mechanics and Optics. 2024;24(1):133–143. **DOI:** 10.17586/2226-1494-2024-24-1-133-143