

DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-2-121-132

Метод начального определения орбиты космического объекта по ограниченным данным угловых оптических измерений

В.С. Баранова, А.А. Спиридонов, Д.В. Ушаков, В.А. Саечников

Белорусский государственный университет,
пр-т Независимости, 4, г. Минск 220030, Беларусь

Поступила 11.03.2025

Принята к печати 06.05.2025

В настоящее время представляют прикладную ценность задачи начального определения орбиты космических объектов по измерениям угловых координат (прямого восхождения и склонения) в условиях ограниченного количества данных. Целью работы являлась разработка безытерационной оценки вектора наклонной дальности неизвестного космического объекта относительно пункта наблюдения в условиях ограниченного количества данных угловых оптических измерений для определения орбитальных параметров (большая полуось, наклонение, эксцентриситет, долгота восходящего узла и аргумент широты) в режиме близком к реальному времени. Это является актуальным при решении задач оперативного определения орбит неизвестных космических объектов для предотвращения аварийных сближений и возможных столкновений, особенно в условиях роста числа запускаемых спутников и увеличения плотности космического мусора на низких околоземных орбитах. Представлен метод начального определения орбиты (в отсутствии данных об орбитальных параметрах) неизвестного космического объекта по угловым оптическим измерениям на короткой дуге наблюдений ($<0,5^\circ$) в двух областях обнаружения. Предложенный метод даёт возможность оценить вектор наклонной дальности неизвестного космического объекта относительно пункта наблюдения на основе данных угловых измерений и расчётных значений проекции величины скорости на плоскость кадра опорного спутника (с известными орбитальными параметрами). Для оценки величины проекции линейной скорости на плоскость кадра используется метод обнаружения космических объектов в видеоданных оптической системы наблюдения. В результате экспериментальных оптических наблюдений для обнаруженной ступени ракетносителя SL-12/RB, проведены угловые измерения и рассчитаны орбитальные параметры. Абсолютные ошибки в определении параметра большой полуоси ступени ракетносителя SL-12/RB, не превысили 19,71 км. Абсолютная ошибка параметра наклонения орбиты i ступени ракетносителя SL-12/RB составила $0,033^\circ$, долготы восходящего узла $\Omega - 0,083^\circ$ и аргумента широты $u - 0,046^\circ$.

Ключевые слова: космический объект, оптические измерения, орбитальные параметры

Адрес для переписки:

Баранова В.С.
Белорусский государственный университет,
пр-т Независимости, 4, г. Минск 220030, Беларусь
e-mail: vbaranova@bsu.by

Address for correspondence:

Baranova V.S.
Belarusian State University,
Nezavisimosty Ave., 4, Minsk 220030, Belarus
e-mail: vbaranova@bsu.by

Для цитирования:

В.С. Баранова, А.А. Спиридонов, Д.В. Ушаков, В.А. Саечников.
Метод начального определения орбиты космического объекта по ограниченным данным угловых оптических измерений.
Приборы и методы измерений.
2025. Т. 16. № 2. С. 121–132.
DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-2-121-132

For citation:

Baranova VS, Spiridonov AA, Ushakov DV, Saetchnikov VA.
Initial Orbit Determination of a Space Object from Limited Angular Optical Measurements.
Devices and Methods of Measurements.
2025;16(2):121–132. (In Russ.).
DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-2-121-132

DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-2-121-132

Initial Orbit Determination of a Space Object from Limited Angular Optical Measurements

V.S. Baranova, A.A. Spiridonov, D.V. Ushakov, V.A. Saetchnikov

Belarusian State University,
Nezavisimosty Ave., 4, Minsk 220030, Belarus

Received 11.03.2025

Accepted for publication 06.05.2025

Abstract

Currently, the problem of initial orbit determination for space objects based on angular coordinate measurements (right ascension and declination) under limited data conditions is of significant practical value. The aim of this work was to develop a non-iterative estimation method for the slant range vector of an unknown space object relative to an observation site under conditions of limited angular optical measurement data, enabling near-real-time determination of orbital parameters (semi-major axis, inclination, eccentricity, longitude of the ascending node, and argument of latitude). This is particularly relevant for operational orbit determination of unknown space objects to prevent hazardous close approaches and potential collisions, especially given the increasing number of satellite launches and the growing density of space debris in low Earth orbit. A method for initial orbit determination (in the absence of prior orbital data) of an unknown space object is presented, based on angular optical measurements over a short observation arc ($<0.5^\circ$) in two detection regions. The proposed method allows for the estimation of the slant range vector of an unknown space object relative to the observation site using angular measurement data and computed values of the velocity projection onto the frame plane of a reference satellite (with known orbital parameters). To estimate the velocity projection onto the frame plane, a method for detecting space objects in optical surveillance system video data is employed. Experimental optical observations of the detected SL-12/RB rocket stage were performed, including angular measurements and orbital parameter calculations. The absolute errors in determining the semi-major axis of the SL-12/RB rocket stage did not exceed 19.71 km. The absolute errors in orbital inclination i , longitude of the ascending node Ω , and argument of latitude u were 0.033° , 0.083° , and 0.046° , respectively.

Keywords: space object, optical measurements, orbital parameters

Адрес для переписки:

Баранова В.С.
Белорусский государственный университет,
пр-т Независимости, 4, г. Минск 220030, Беларусь
e-mail: vbaranova@bsu.by

Address for correspondence:

Baranova V.S.
Belarusian State University,
Nezavisimosty Ave., 4, Minsk 220030, Belarus
e-mail: vbaranova@bsu.by

Для цитирования:

В.С. Баранова, А.А. Спиридонов, Д.В. Ушаков, В.А. Саечников.
Метод начального определения орбиты космического объекта по ограниченному данным угловых оптических измерений.
Приборы и методы измерений.
2025. Т. 16. № 2. С. 121–132.
DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-2-121-132

For citation:

Baranova VS, Spiridonov AA, Ushakov DV, Saetchnikov VA.
Initial Orbit Determination of a Space Object from Limited Angular Optical Measurements.
Devices and Methods of Measurements.
2025;16(2):121–132. (In Russ.).
DOI: 10.21122/2220-9506-2025-16-2-121-132

Введение

В настоящее время представляют прикладную ценность задачи начального определения орбиты по измерениям угловых координат в условиях ограниченного количества данных. К условиям ограниченного количества данных относятся наблюдения, при которых число точек измерения углового орбитального положения космического объекта меньше трёх. Наиболее актуальными в данной области являются задачи оперативного обнаружения неизвестных космических объектов, например, объектов космического мусора после распада или столкновения, а также задачи оперативного определения параметров орбит неизвестных космических объектов для предотвращения аварийных сближений и возможных столкновений [1]. Классические методы Лапласа, Гаусса, двойной r -итерации, метод Гудинга, а также их различные модификации позволяют найти устойчивое решение задачи определения орбиты по трём и более угловым оптическим измерениям в некоторые моменты времени [2, 3]. Каждый из этих методов решает основную проблему определения орбиты по угловым данным – отсутствие информации о дальности до объекта, что является ключевым ограничением оптических систем наблюдения, как одних из самых прецизионных [4]. Что же касается условий, когда количество данных измерений не достаточно, а измерение дальности отсутствует, то используются методы с вероятностной статистикой и моделями рекурсивной фильтрации [5]. Условия ограниченных данных характерны для работы с астероидами, а в последнее время предельно актуальны в наблюдениях за образованием космического мусора и обнаружении последствий космических событий (взрывы, распады, столкновения) [6–8]. Для подобных задач нашли применение методы основанные на ассоциации триклетов [9], которые включают модели вероятностного анализа и на данный момент активно внедряются в оптические системы наблюдения за космическим пространством [10, 11]. Такие методы представляют сложность в подборе параметров и критериев модели вероятностного анализа и являются частными для отдельных условий наблюдений.

Цель предложенного исследования – разработать метод начального определения, который позволяет по угловым измерениям только в двух областях обнаружения неизвестного космического объекта однозначно рассчитать параметры орбиты на основе оценки проекции величины скорости на плоскость кадра.

Метод и средства обнаружения

В работе [12] детально представлен метод обнаружения космических объектов в видеоданных оптической системы наблюдения, который включает оценку величины проекции линейной скорости на плоскость кадра, что в свою очередь даёт возможность оценить наклонную дальность неизвестного орбитального объекта. Метод обнаружения формализуется задачей установления наличия или отсутствия сигнала интенсивности космического объекта и заключается в обработке видеопотока с использованием набора согласованных фильтров. Наборы согласованных фильтров строятся на основе связи формы Фурье спектра разностного кадра и величины проекции линейной скорости движения на плоскость наблюдения. Основной целью разработки и исследования такого метода обнаружения является стремление снять ограничение с методов решения задачи начального определения орбиты, основанных только на угловых данных, где отсутствует информация о дальности до космического объекта. Общий алгоритм обработки данных входной видеопоследовательности для решения задачи обнаружения представлен на рисунке 1.

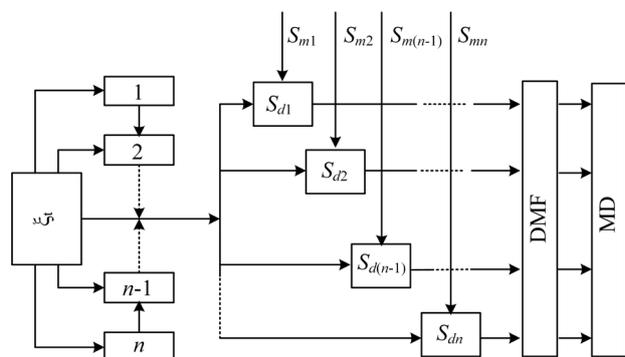


Рисунок 1 – Схема алгоритма обработки данных входной видеопоследовательности для решения задачи обнаружения

Figure 1 – Flowchart of the algorithm for processing input video sequence data to solve the detection problem

Согласно схеме рисунка 1 входная последовательность видео потока с числом кадров K делится на N подпоследовательностей. Для каждой подпоследовательности формируется разностный кадр вычитанием накопленных сумм k кадров. Разностные кадры этих подпоследовательностей делятся на блоки размером $m \times m$. Затем для каждого отдельного блока разностного кадра рассчитывается амплитудный спектр. Амплитудные спектры блоков и наборы согласованных фильтров (масок) используются для получения значений пространственной корреляции. Функция принятия решений (DMF – *Decision-Making Function*) на основе максимума корреляции и оценочных метрик сигнальной и шумовой функций маски и области детектирования устанавливает параметр наличия или отсутствия сигнала. Критерий минимального расстояния (MD – *Minimal Distance*) используется для оценки корреляционных образов и выбора оптимального решения, если неизвестный космический объект был детектирован в одной и той же области несколькими согласованными фильтрами (масками). Другими словами, метрика исключения ложных срабатываний и оценки корреляционного образа используется для определения наиболее оптимального выбора при обнаружении неизвестного космического объекта в некоторой области $n > 1$ количеством согласованных фильтров.

Представленный метод обнаружения с оценкой величины проекции скорости в плоскости кадра позволил разработать метод начального определения орбиты космических объектов для ограниченного количества угловых оптических измерений. Используются две области детектирования и угловые измерения в двух близко расположенных точках для каждой области. Под областью детектирования подразумевается область наведения оптической системы. Согласованная ассоциация величины скорости в плоскости кадра неизвестного космического объекта с опорным спутником известной орбиты даёт возможность вычислить два радиус-вектора на короткой дуге одного пролёта, что достаточно для расчёта вектора скорости и однозначного определения орбиты.

В качестве источника данных используется мобильная оптическая система наблюдения Белорусского государственного

университета [13], основные элементы которой представлены на схеме рисунка 2.

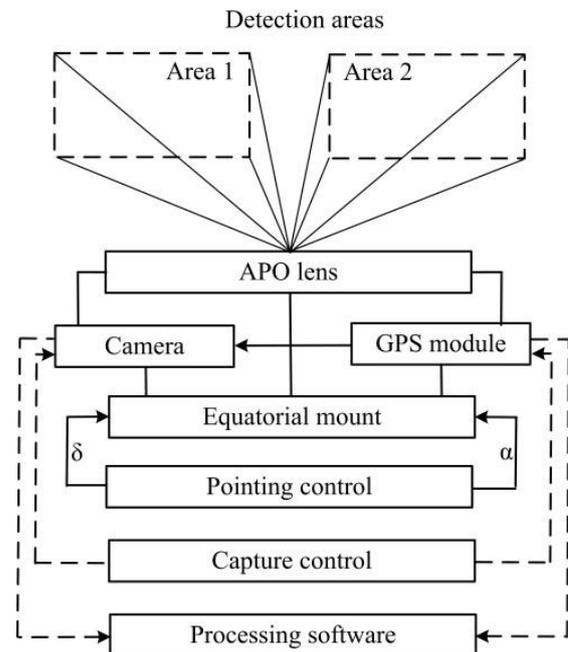


Рисунок 2 – Основные компоненты мобильной оптической системы наблюдения за низкоорбитальными космическими объектами

Figure 2 – Key components of a mobile optical observation system for monitoring low-Earth orbit space objects

Оптическая система включает апохроматический объектив малой апертуры Red-Cat 51 APO с фокусным расстоянием 250 мм и f -числом 4,9, который установлен на компьютеризированном поворотном устройстве экваториального типа (*German Equatorial*) Sky-Watcher EQ6-R PRO с максимальной скоростью движения 4,2 °/с. В качестве оптического датчика используется монохроматическая камера QHY174GPS с эффективной площадью полного кадра 1920*1200 пикселей. В одном из режимов работы данные измерений накапливаются в виде коротких видеозаписей с частотой 30 кадров/с и объёмом порядка 1000 кадров с экспозицией 30 мс и интервалами между захватом кадров 0,1 с.

Общее описание метода определения орбиты с оценкой скорости в плоскости кадра

Для решения задачи начального определения орбиты представленный метод обнаружения

позволяет по угловым измерениям прямого восхождения α_{id} и склонения δ_{id} в двух близко расположенных точках 1-й и 2-й области детектирования неизвестного космического объекта найти два радиус-вектора наклонной дальности ρ_{id} в топоцентрической системе координат пункта наблюдения и затем два радиус-вектора положения \mathbf{r}_{1d} и \mathbf{r}_{4d} в геоцентрической инерциальной системе координат. Геометрическая интерпретация технологии и параметров угловых измерений для 2-х областей обнаружения оптической системой наблюдения представлена на рисунке 3.

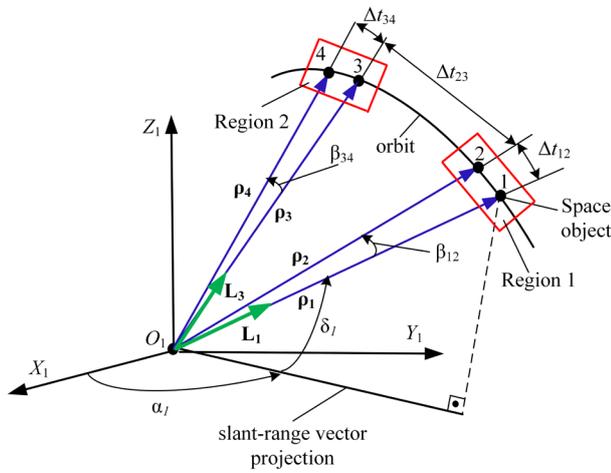


Рисунок 3 – Геометрическая интерпретация технологии и параметров угловых измерений для решения задачи начального определения орбиты космического объекта

Figure 3 – Geometric interpretation of the technology and angular measurement parameters for solving the problem of initial orbit determination of a space object

К исходным данным метода начального определения орбиты неизвестного космического объекта с согласованной оценкой величины скорости в плоскости кадра относятся: начальные орбитальные параметры опорного спутника (спутника-маски) в формате TLE или в виде собственного вектора состояния, необходимые для расчёта модуля вектора наклонной дальности спутника-маски; угловые измерения прямого восхождения α_{im} и склонения δ_{im} спутника-маски в 1-й области детектирования в точках 1 и 2 и 2-й области детектирования в точках 3 и 4 в соответствующие моменты времени; угловые измерения прямого восхождения α_{id} и склонения δ_{id}

детектированного неизвестного космического объекта в 1-й области в точках 1 и 2 и во 2-й области в точках 3 и 4 в соответствующие моменты времени.

На начальном этапе, используя SGP модель движения (для начального вектора состояния в формате TLE из базы данных системы NORAD) или модель возмущённого движения (для начального вектора состояния из собственной базы данных) определяются величина вектора наклонной дальности спутника-маски в топоцентрической системе координат (СК) $OX_1Y_1Z_1$: ρ_{1SGP} в точке 1 из первой области детектирования и ρ_{4SGP} в точке 4 из второй области детектирования. Затем рассчитываются величина вектора скорости в плоскости кадра в первой области $(V_{P12})_m$ и во второй области $(V_{P34})_m$ детектирования, соответственно.

Определение величины вектора скорости в плоскости кадра

Далее представлено определение величины вектора скорости в плоскости кадра для 1-й области детектирования. Используя угловые измерения спутника-маски в точке 1 и 2 первой области в моменты времени t_{1m} , t_{2m} : топоцентрического прямого восхождения α_{1m} , α_{2m} и склонения δ_{1m} , δ_{2m} , находим единичные вектора \mathbf{L}_{1m} и \mathbf{L}_{2m} , направленные вдоль векторов наклонной дальности ρ_{1m} и ρ_{2m} в точке 1 и 2:

$$\mathbf{L}_{1m}(\delta_{1m}, \alpha_{1m}) = \begin{pmatrix} \cos \delta_{1m} \cos \alpha_{1m} \\ \cos \delta_{1m} \sin \alpha_{1m} \\ \sin \delta_{1m} \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$\mathbf{L}_{2m}(\delta_{2m}, \alpha_{2m}) = \begin{pmatrix} \cos \delta_{2m} \cos \alpha_{2m} \\ \cos \delta_{2m} \sin \alpha_{2m} \\ \sin \delta_{2m} \end{pmatrix}.$$

В общем случае угловых измерений единичные вектора \mathbf{L}_1 и \mathbf{L}_2 представляют собой направление на космический объект для точки 1 и точки 2 относительно основной оси наведения оптической системы. Каждая из компонент \mathbf{L}_1 и \mathbf{L}_2 является проекцией единичного вектора направления в сферической СК (α, δ) на декартовы оси $X_1Y_1Z_1$ топоцентрической системы [3].

Затем определяем угол между векторами наклонной дальности ρ_{1m} и ρ_{2m} спутника-маски в точке 1 и 2:

$$(\beta_{12})_m = \arccos(\mathbf{L}_{1m} \cdot \mathbf{L}_{2m}). \quad (2)$$

Рассчитываем величину вектора скорости в плоскости кадра для первой области $(V_{P12})_m$ детектирования:

$$(V_{P12})_m = \frac{\rho_{ISGP} \cdot (\beta_{12})_m}{(\Delta t_{12})_m}, \quad (3)$$

где $(\Delta t_{12})_m = t_{2m} - t_{1m}$, $(t_{2m} > t_{1m})$ – интервал времени между угловыми измерениями спутника-маски в точке 1 и 2.

Согласно методу обнаружения [12], в коррелируемых областях спутника-маски и неизвестного космического объекта величины вектора скорости в плоскости кадра имеют близкие значения. Тогда, для 1-й области детектирования величина вектора скорости в плоскости кадра неизвестного космического объекта $(V_{P12})_d$ находится через величину вектора скорости в плоскости кадра опорного спутника $(V_{P12})_m$:

$$(V_{P12})_d \approx (V_{P12})_m. \quad (4)$$

Определение радиус-вектора положения

Используя угловые измерения неизвестного космического объекта в точке 1 и 2 первой области детектирования в моменты времени t_{1d} , t_{2d} : топоцентрического прямого восхождения α_{1d} , α_{2d} и склонения δ_{1d} , δ_{2d} , находим аналогично (1) единичные векторы $\mathbf{L}_{1d}(\delta_{1d}, \alpha_{1d})$ и $\mathbf{L}_{2d}(\delta_{2d}, \alpha_{2d})$, направленные вдоль векторов наклонной дальности ρ_{1d} и ρ_{2d} в точке 1 и 2 и определяем угол между векторами наклонной дальности ρ_{1d} и ρ_{2d} , обнаруженного объекта в точке 1 и 2:

$$(\beta_{12})_d = \arccos(\mathbf{L}_{1d} \cdot \mathbf{L}_{2d}), \quad (5)$$

где $(\Delta t_{12})_d = t_{2d} - t_{1d}$, $(t_{2d} > t_{1d})$ – интервал времени между угловыми измерениями неизвестного космического объекта первой области детектирования в точке 1 и 2.

Используя величину вектора скорости в плоскости кадра неизвестного космического объекта $(V_{P12})_d$ и угол между векторами наклонной дальности ρ_{1d} и ρ_{2d} , определяем величину вектора наклонной дальности ρ_{1d} в точке 1 первой области детектирования:

$$\rho_{1d} = \frac{(V_{P12})_d \cdot (\Delta t_{12})_d}{(\beta_{12})_d}. \quad (6)$$

После этого рассчитываем вектор наклонной дальности ρ_{1d} в точке 1, где его компоненты

являются проекциями на декартовы оси $X_1Y_1Z_1$ топоцентрической СК [3]:

$$\rho_{1d} = \rho_{1d} \cdot \mathbf{L}_{1d} = \begin{pmatrix} \rho_{1d} \cos \delta_{1d} \cos \alpha_{1d} \\ \rho_{1d} \cos \delta_{1d} \sin \alpha_{1d} \\ \rho_{1d} \sin \delta_{1d} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Окончательно определяем радиус-вектор положения космического объекта в геоцентрической инерциальной СК $\mathbf{r}_{1d}(x_{1d}, y_{1d}, z_{1d})$ в момент времени t_{1d} :

$$\mathbf{r}_{1d} = \begin{pmatrix} x_{1d} \\ y_{1d} \\ z_{1d} \end{pmatrix} = \rho_{1d} + \mathbf{R}_{1d} = \begin{pmatrix} \rho_{1d} \cos \delta_{1d} \cos \alpha_{1d} \\ \rho_{1d} \cos \delta_{1d} \sin \alpha_{1d} \\ \rho_{1d} \sin \delta_{1d} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_\delta \cos(\theta_{LST1}) \\ r_\delta \sin(\theta_{LST1}) \\ r_K \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где \mathbf{r}_{1d} – радиус вектор положения пункта наблюдения (ПН) в момент времени t_{1d} ; θ_{LST1} – местное звездное время ПН на момент t_{1d} ; $r_\delta = (C_E + H) \cos \varphi_{OS}$ и $r_K = (C_E + H) \sin \varphi_{OS}$ – проекции радиус-вектора положения ПН на экваториальную плоскость и ось перпендикулярную этой плоскости; φ_{OS} – широта ПН; $C_E = R_E / \sqrt{1 - e_E^2 \sin^2 \varphi_{OS}}$ – радиус кривизны Земли на меридиане ПН; $e_E = 0,081\ 819\ 221\ 456$ – эксцентриситет Земли; $S_E = C_E(1 - e_E^2)$ – параметр, характеризующий сжатие Земли; H – высота ПН [15, 16].

Аналогично проводим вычисления радиус-вектора положения космического объекта в геоцентрической инерциальной СК $\mathbf{r}_{4d}(x_{4d}, y_{4d}, z_{4d})$ в момент времени t_{4d} .

Определение вектора скорости

Используя метод Гаусса [3], решается задача Ламберта нахождения орбиты детектированного спутника по двум известным радиус-векторам положения \mathbf{r}_{1d} и \mathbf{r}_{4d} . По известным координатам радиус-векторов положения космического объекта \mathbf{r}_{1d} и \mathbf{r}_{4d} рассчитывается разность углов истинной аномалии $\Delta \vartheta = \vartheta_4 - \vartheta_1$ в моменты времени t_{1d} и t_{4d} :

$$\Delta \vartheta = \arccos \left[\frac{(x_{1d}x_{4d} + y_{1d}y_{4d} + z_{1d}z_{4d})}{(r_{1d}r_{4d})} \right]. \quad (9)$$

Параметр орбиты p определяется через коэффициент η , равный отношению площади сектора орбиты, заключённого между векторами \mathbf{r}_{1d} и \mathbf{r}_{4d} , к площади треугольника, образованного этими векторами и хордой [14]:

$$p = \left(\frac{\eta r_0 r_{1d}}{\tau} \right)^2, \quad (10)$$

где:

$$r_0^2 = (x_{4d} - \sigma x_{1d})^2 + (y_{4d} - \sigma y_{1d})^2 + (z_{4d} - \sigma z_{1d})^2;$$

$$\sigma = \mathbf{r}_{1d} \cdot \mathbf{r}_{4d} / r_{1d}^2.$$

Коэффициент η определяется через параметр S_1 :

$$\eta = 1 + \frac{10}{11} S_1, \quad (11)$$

где S_1 и вспомогательные параметры d и k определяются через модифицированное время $\tau = \sqrt{1/4}(t_{3d} - t_{1d})$ и координаты радиус-векторов положения космического объекта \mathbf{r}_{1d} и \mathbf{r}_{4d} из соотношений:

$$S_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4d}}{2}; \quad d = \frac{22\tau^2}{k^2 [6k + 9(r_{1d} + r_{3d})]}; \quad (12)$$

$$k^2 = 2(r_{1d}r_{3d} + x_{1d}x_{3d} + y_{1d}y_{3d} + z_{1d}z_{3d}).$$

Затем вычисляются эксцентриситет орбиты e , большая полуось a и истинная аномалия ϑ_1 в момент времени t_{1d} :

$$e^2 = (p/r_{1d} - 1)^2 + [(p/r_{1d} - 1)\cos\Delta\vartheta - p/r_{4d} + 1]^2 / \sin^2\Delta\vartheta;$$

$$a = p/(1 - e^2); \quad (13)$$

$$\vartheta_1 = \arctg\left(\frac{(p/r_{1d} - 1)\cos\Delta\vartheta - p/r_{4d} + 1}{(p/r_{1d} - 1)\sin\Delta\vartheta}\right). \quad (14)$$

Окончательно определяются наклонение орбиты i , долгота восходящего узла Ω и аргумент широты u_1 на момент времени t_{1d} :

$$i = \arccos\left(\frac{x_{1d}y_{4d} - x_{4d}y_{1d}}{r_{1d}r_{4d}\sin\Delta\vartheta}\right); \quad (15)$$

$$\Omega = \arctg\left(\frac{y_{1d}z_{4d} - y_{4d}z_{1d}}{x_{1d}z_{4d} - x_{4d}z_{1d}}\right);$$

$$u_1 = \arctg\left(\frac{z_{1d} \cdot r_{1d}}{r_{1d}\sin i(x_{1d}\cos\Omega + y_{1d}\sin\Omega)}\right). \quad (16)$$

Проекции вектора скорости $\mathbf{V}_{1x_2y_2z_2}(V_{1x_2}, V_{1y_2}, V_{1z_2})$ в перигейной орбитальной СК $OX_2Y_2Z_2$, как показано на рисунке 4, в момент времени t_{1d} определяются из соотношений:

$$V_{1x_2} = -\sin\vartheta_1\sqrt{\frac{1/4}{p}};$$

$$V_{1y_2} = (e + \cos\vartheta_1)\sqrt{\frac{1/4}{p}};$$

$$V_{1z_2} = 0. \quad (17)$$

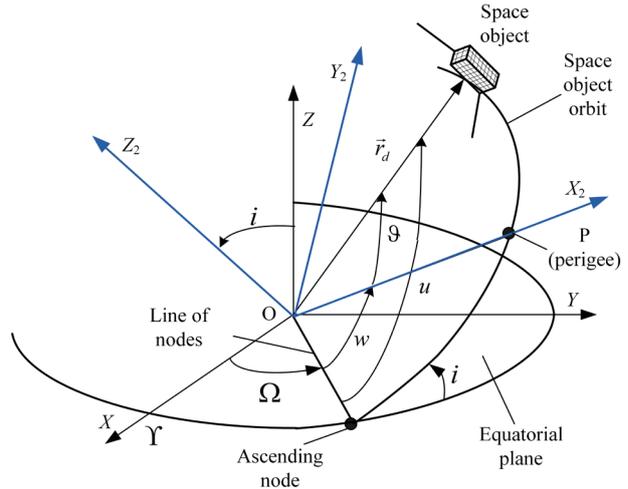


Рисунок 4 – Перигейная орбитальная $OX_2Y_2Z_2$ и геоцентрическая инерциальная $OXYZ$ системы координат

Figure 4 – Perigee orbital $OX_2Y_2Z_2$ and geocentric inertial $OXYZ$ coordinate systems

Окончательно определяется вектор скорости $\mathbf{V}_1(V_{1x}, V_{1y}, V_{1z})$ в геоцентрической инерциальной СК $OXYZ$, используя три последовательных поворота перигейной орбитальной СК $OX_2Y_2Z_2$: относительно оси OZ_2 на угол $(\vartheta_1 - u_1)$, оси OX_2 на угол $(-i)$ и OZ на угол $(-\Omega)$:

$$\mathbf{V}_1 = \begin{pmatrix} V_{1x} \\ V_{1y} \\ V_{1z} \end{pmatrix} = R_3(-\Omega) \cdot R_1(-i) \cdot R_3(\vartheta_1 - u_1) \cdot \begin{pmatrix} V_{1x_2} \\ V_{1y_2} \\ V_{1z_2} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где $R_1(-i)$, $R_3(-\Omega)$, $R_3(\vartheta_1 - u_1)$ – матрицы поворота из орбитальной СК $OX_2Y_2Z_2$ в геоцентрическую инерциальную СК $OXYZ$ [4].

Результаты обнаружения и определения орбиты неизвестного космического объекта

С использованием метода обнаружения, описанного выше и подробно описанного в работе [12], получены данные детектирования ступени ракетоносителя SL-12/RB (NORAD: 15772) на основе согласованного фильтра с параметрами опорного спутника-маски SEASAT 1 (NORAD: 10967). В каждой области обнаружения были измерены две пары угловых топоцентрических координат – прямого восхождения и склонения с интервалами между измерениями $\Delta t_{12} \approx \Delta t_{34} = 0,1$ с и $\Delta t_{12} \approx \Delta t_{34} = 0,6$ с (рисунок 3). Ошибка в проекции величины модуля

скорости $(V_p)_d$ на плоскость кадра для интервала между измерениями 0,6 с и 0,1 с в 1-й области обнаружения $(V_{P12})_d$ составила 0,0115 км/с и $-0,0076$ км/с, для 2-й области $(V_{P34})_d - 0,0635$ км/с

и 0,0323 км/с соответственно. На рисунке 5(a–e) показаны блоки разностных кадров опорного спутника и обнаруженного объекта, а также их взаимокорреляционный образ для двух областей.

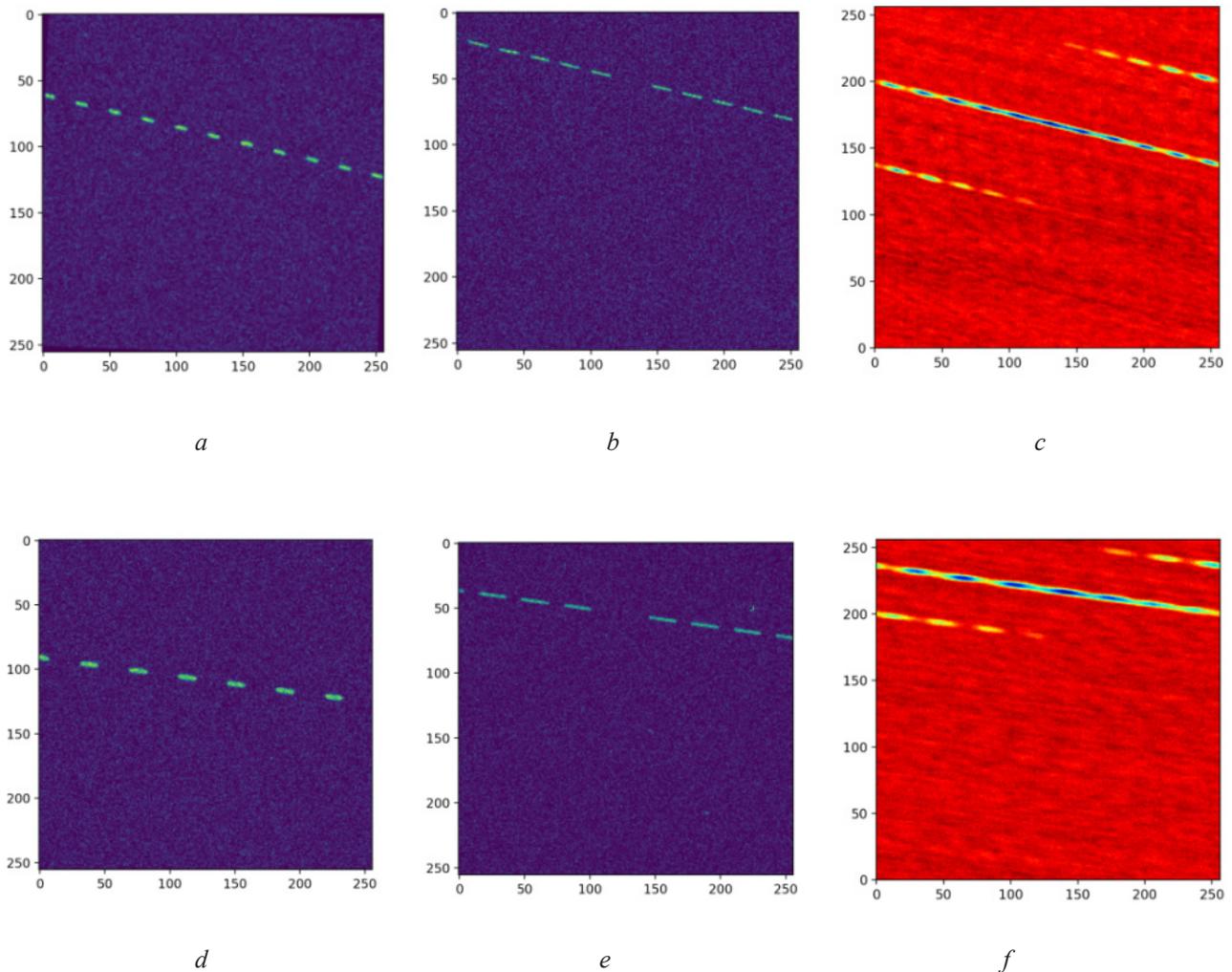


Рисунок 5 – Первая (a, b, c) и вторая (d, e, c) области детектирования ступени ракетносителя SL-12/RB (NORAD: 15772): (a, d) – опорный спутник SEASAT; (b, e) – детектированная ступень ракетносителя SL-12/RB; (c, f) – образ взаимной корреляции опорного и детектированного объекта

Figure 5 – First (a, b, c) and second (d, e, c) detection regions of the rocket stage SL-12/RB (NORAD: 15772): (a, d) – reference satellite SEASAT; (b, e) – detected rocket stage SL-12/RB; (c, f) – cross-correlation pattern of the reference and detected objects

Значения угловых измерений для интервалов 0,1 с и 0,6 с ступени ракетносителя SL-12/RB (NORAD: 15772), а также спутника-маски SEASAT 1 в коррелируемых областях представлены в таблице 1. Проводился анализ влияния интервала между точками измерения в одной и той же области (Δt_{12} и Δt_{34}) обнаружения на значение ошибки при определении

параметров орбиты космического объекта. В таблице 2 представлены ошибки определения радиус-вектора положения, а также вектора скорости ступени ракетносителя SL-12/RB относительно результатов, полученных в модели прогнозирования SGP4, для 1-й и 2-й области обнаружения с интервалами между точками измерения 0,1 и 0,6 с.

Таблица 1 / Table 1

Значения угловых оптических измерений для двух областей обнаружения ступени SL-12/RB.
Дата: 2024/08/25

Angular optical measurement values for the two detection regions of the rocket stage SL-12/RB. Date: 2024/08/25

Интервал 0,6 с / Interval 0.6 s				
Область / Area	Точка / Point	t_m	α_m	δ_m
Спутник маска SEASAT 1, NORAD: 10967 / Reference Satellite SEASAT 1, NORAD: 10967				
1	$i = 1$	23:44: 45.2720	14h32m0.41s	77d06m47.85s
	$i = 2$	23:44: 45.8763	14h32m6.58s	76d54m23.86s
2	$i = 3$	23:43: 42.6246	2h51m35.94s	75d48m11.19s
	$i = 4$	23:43: 43.2289	2h51m43.62s	76d05m53.22s
Детектированная ступень SL-12/RB, NORAD: 15772 / Detected stage SL-12/RB, NORAD: 15772				
1	$i = 1$	22:22:3.3194	13h0m16.92s	81d05m52.44s
	$i = 2$	22:22:3.9237	13h0m0.02s	81d17m19.71s
2	$i = 3$	22:23:17.0460	1h25m21.14s	70d30m13.43s
	$i = 4$	22:23: 16.4417	1h25m25.16s	70d46m15.56s
Интервал 0,1 с / Interval 0.1 s				
Область / Area	Точка / Point	t_m	α_m	δ_m
Спутник маска SEASAT 1, NORAD: 10967 / Reference Satellite SEASAT 1, NORAD: 10967				
1	$i = 1$	23:44:45.2720	14h32m0.41s	77d06m47.85s
	$i = 2$	23:44:45.3728	14h32.m0.86s	77d04m43.19s
2	$i = 3$	23:43:42.6246	2h51m35.94s	75d48m11.19s
	$i = 4$	23:43:42.7253	2h51m43.62s	75d51m13.84s
Детектированный спутник SL-12/RB, NORAD: 15772 / Detected stage SL-12/RB, NORAD: 15772				
1	$i = 1$	22:22:3.3194	13h0m16.92s	81d05m52.44s
	$i = 2$	22:22:3.4201	13h0m15.41s	81d07m48.01s
2	$i = 3$	22:23:17.0460	1h25m21.14s	70d30m13.43s
	$i = 4$	22:23:17.1467	1h25m20.65s	70d27m30.03s

Как видно из таблицы 2, измерения с интервалом 0,6 с показывают абсолютные ошибки компонент радиус-вектора положения в 1-й области обнаружения $(\Delta x_{1d}, \Delta y_{1d}, \Delta z_{1d})_{abs}^{err} = (1,63; 0,47; 2,37)$ км и во 2-й области $(\Delta x_{4d}, \Delta y_{4d}, \Delta z_{4d})_{abs}^{err} = (-0,81; -3,17; -8,05)$ км, соответственно. Это эквивалентно ошибке в величине радиус-вектора положения для 1-й области в 2,91 км, для 2-й области в 8,69 км.

Напротив, если использовать измерения с интервалом в 0,1 с в 1-й и 2-й областях обнаружения, то абсолютные ошибки компонент радиус-вектора положения следующие: в 1-й области $(\Delta x_{1d}, \Delta y_{1d}, \Delta z_{1d})_{abs}^{err} = (2,14; 0,61; -1,02)$ км, во 2-й области $(\Delta x_{4d}, \Delta y_{4d}, \Delta z_{4d})_{abs}^{err} = (3,03; -1,67; 3,58)$ км. Это соответствует уменьшению ошибок в величине радиус-вектора положения до 2,45 км для 1-й области обнаружения и до 4,98 км

для 2-й области. В свою очередь, абсолютная ошибка определения вектора скорости обнаруженной ступени ракетносителя SL-12/RB для угловых измерений с интервалом 0,6 с составила $(\Delta V_{1X}, \Delta V_{1Y}, \Delta V_{1Z})_{abs}^{err} = (0,010; -0,032; 0,066)$ км/с (эквивалентно ошибке в величине скорости

0,220 км/с), что также уступает в точности определения вектора скорости для измерений с интервалом 0,1 с, где абсолютная ошибка составила $(\Delta V_{1X}, \Delta V_{1Y}, \Delta V_{1Z})_{abs}^{err} = (0,010; -0,032; 0,066)$ км/с (что эквивалентно ошибке в величине скорости 0,077 км/с).

Таблица 2 / Table 2

Результат определения радиус-вектора положения и вектора скорости обнаруженной ступени ракетносителя SL-12/RB

Results of determining the position radius vector and velocity vector of the detected rocket stage SL-12/RB

Интервал 0,6 с / Interval 0.6 s			
$\mathbf{r}_{1d}(x_{1d}, y_{1d}, z_{1d}), \text{ км}$		$\mathbf{r}_{4d}(x_{4d}, y_{4d}, z_{4d}), \text{ км}$	
(3285.35; -1480.42; 6256.73)		(3747.49, -1304.61, 6020.72)	
$(\Delta x_{1d}, \Delta y_{1d}, \Delta z_{1d})_{abs}^{err}, \text{ км}$	$(\Delta x_{1d}, \Delta y_{1d}, \Delta z_{1d})_{rel}^{err}, \%$	$(\Delta x_{4d}, \Delta y_{4d}, \Delta z_{4d})_{abs}^{err}, \text{ км}$	$(\Delta x_{4d}, \Delta y_{4d}, \Delta z_{4d})_{rel}^{err}, \%$
(1.63; 0.47; 2.37)	(0.02; 0.01; 0.03)	(-0.81; -3.17; -8.05)	(0.01; 0.04; 0.11)
$\mathbf{V}_1(V_{1X}, V_{1Y}, V_{1Z}), \text{ км}$		$(\Delta V_{1X}, \Delta V_{1Y}, \Delta V_{1Z})_{abs}^{err}, \text{ км}$	
(6.403; 2.329; -2.960)		(-0.035; -0.051; -0.138)	
Интервал 0,1 с / Interval 0.1 s			
$\mathbf{r}_{1d}(x_{1d}, y_{1d}, z_{1d}), \text{ км}$		$\mathbf{r}_{4d}(x_{4d}, y_{4d}, z_{4d}), \text{ км}$	
(3285.86; -1480.28; 6253.34)		(3751.96, -1302.86, 6032.01)	
$(\Delta x_{1d}, \Delta y_{1d}, \Delta z_{1d})_{abs}^{err}, \text{ км}$	$(\Delta x_{1d}, \Delta y_{1d}, \Delta z_{1d})_{rel}^{err}, \%$	$(\Delta x_{4d}, \Delta y_{4d}, \Delta z_{4d})_{abs}^{err}, \text{ км}$	$(\Delta x_{4d}, \Delta y_{4d}, \Delta z_{4d})_{rel}^{err}, \%$
(2.14; 0.61; -1.02)	(0.03; 0.01; 0.01)	(3.03; -1.67; 3.58)	(0.04; 0.02; 0.05)
$\mathbf{V}_1(V_{1X}, V_{1Y}, V_{1Z}), \text{ км}$		$(\Delta V_{1X}, \Delta V_{1Y}, \Delta V_{1Z})_{abs}^{err}, \text{ км}$	
(6.448; 2.348; -2.756)		(0.010; -0.032; 0.066)	

Результаты начального определения орбиты ступени ракетносителя SL-12/RB в виде орбитальных параметров для интерва-

лов измерения 0,1 и 0,6 с, рассчитанные с использованием формул (13)–(15), представлены в таблице 3.

Таблица 3 / Table 3

Орбитальные параметры обнаруженной ступени ракетносителя SL-12/RB

Orbital parameters of the detected rocket stage SL-12/RB

	Интервал, с Interval, s	$a, \text{ км}$	$i, ^\circ$	e	$\Omega, ^\circ$	$u, ^\circ$
IOD	0.6	7216.74	71.371	0.0173	191.568	113.870
	0.1	7147.27	71.133	0.0133	192.117	113.708
Δ_{abs}^{error}	0.6	19.71	0.271	0.0144	-0.632	0.208
	0.1	-49.75	0.033	0.0104	-0.083	0.046
$\Delta_{rel}^{error}, \%$	0.6	0.27	0.38	-	0.33	0.18
	0.1	0.69	0.05	-	0.04	0.04

Как видно из таблицы 3, результаты углового определения наклона орбиты i , долготы восходящего узла Ω и аргумента широты u для интервала измерения в 0,1 с показывают наименьшее значение абсолютных ошибок в сравнении с интервалом 0,6 с. В частности, для интервала 0,1 с абсолютная ошибка в значении наклона составила $0,033^\circ$, долготы восходящего узла – $0,083^\circ$, в значении аргумента широты – $0,046^\circ$, что меньше в соответствующих параметрах на $0,238^\circ$, $0,549^\circ$ и $0,162^\circ$, чем для интервала измерений 0,6 с. Что же касается значения параметра большой полуоси, то для интервала измерения между угловыми координатами в 0,1 с результат определения показывает абсолютную ошибку на 30 км хуже, чем для интервала 0,6 с. Абсолютная ошибка в значении эксцентриситета в зависимости от интервала измерения уменьшается незначительно: для 0,1 с ошибка составила 0,0104, что на 0,004 меньше, чем для интервала 0,6 с.

Заключение

Представлен метод начального определения орбиты неизвестного космического объекта, который позволяет оценить вектор наклонной дальности и однозначно рассчитать параметры орбиты в условиях ограниченного количества данных угловых оптических измерений. Возможность оценки вектора наклонной дальности неизвестного космического объекта по оптическим измерениям обеспечивается разработанным методом обнаружения на основе расчётного значения проекции величины скорости на плоскость кадра опорного спутника с известными орбитальными параметрами. Особенностью реализованного метода начального определения орбиты является использование данных только двух областей обнаружения. В рамках экспериментальных исследований для обнаруженной ступени ракетоносителя SL-12/RB рассчитаны орбитальные параметры и проведён анализ точности их определения от интервала времени между парой угловых измерений в области обнаружения. В каждой области измерены две пары угловых топоцентрических координат – прямого восхождения и склонения на короткой дуге наблюдений, которые соответствовали углу между векторами наклонной дальности $0,04^\circ$

для интервала между измерениями $0,1$ с и $0,26^\circ$ для интервала между измерениями $0,6$ с. Результаты показали, что предложенный метод позволил определить угловые параметры орбиты ступени SL-12/RB для интервала в 0,1 с между точками измерения одной области обнаружения со следующими абсолютными ошибками: ошибка параметра наклона орбиты i составила $0,033^\circ$, долготы восходящего узла Ω – $0,083^\circ$ и аргумента широты u – $0,046^\circ$. Установлено, что для более короткого интервала между измерениями (0,1 с) ошибки величины радиус-вектора положения, вектора скорости, угловых параметров орбиты (наклона, долготы восходящего узла, аргумента широты) уменьшаются. Абсолютная ошибка в определении значения большой полуоси оказалась меньше на 30 км для интервала между точками измерения в 0,6 с и составила 19,71 км. Полученные результаты мобильной оптической системой обнаружения демонстрируют точность, соизмеримую с показателями начального определения параметров орбит дорогостоящими широкоапертурными оптическими системами, где ошибки в начальном определении большой полуоси и угловых параметров движения обнаруженного космического объекта в среднем меньше 50 км и не хуже $0,5$ град, соответственно. Строгих спецификаций точности в существующих методах начального определения орбит по угловым оптическим измерениям нет возможности установить, поэтому принято оперировать диапазонами ошибок, которые определяются многими факторами, зависящими от аппаратуры, условий, съёмки, условий пролёта и видимости космического объекта. Основным показателем успешных оптических измерений и эффективности метода начального определения орбиты является однозначная идентификация и повторное наблюдение космических объектов в широком диапазоне углов на следующих витках с возможностью получения данных для алгоритмов уточнения орбитальных параметров. Предложенный метод полностью соответствует основным требованиям точности и отличается от существующих тем, что предоставляет возможность безитерационной оценки вектора наклонной дальности в условиях ограниченного количества данных угловых оптических измерений для оперативного

определения орбитальных параметров в режиме близком к реальному времени.

Список использованных источников / References

1. Lei X. [et al.]. Identification of uncatalogued LEO space objects by a ground-based EO array. *Advances in Space Research*. 2021;67(1):350-359. DOI: 10.1016/j.asr.2020.07.030.
2. Herrick S. *Astrodynamics: Orbit determination, space navigation, celestial mechanics*. London: Van Nostrand Reinhold Company, 1971. 540 p.
3. Escobal PR. *Methods of Orbit Determination*. Huntington, N.Y.: R.E. Krieger Pub. Co., 1976. 479 p.
4. Vallado D. *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*. Hawthorne: Microcosm Press, 2013. 1106 p.
5. Kazemi S. [et al.]. Orbit determination for space situational awareness: A survey. *Acta Astronautica*. 2024;222:272-295. DOI: 10.1016/j.actaastro.2024.06.015
6. Gronchi GF, Dimare L. Orbit determination with the two-body integrals. *Celest. Mech. Dyn. Astron.* 2010; 107:299-318. DOI: 10.1007/s10569-010-9271-9
7. Milani A, Gronchi GF, Vitturi MDM, Knežević Z. Orbit determination with very short arcs. I admissible regions. 2004;90:57-85. DOI: 10.1007/s10569-004-6593-5
8. Lei X. [et al.]. An Improved Range-Searching Initial Orbit-Determination Method and Correlation of Optical Observations for Space Debris. *Appl. Sci.* 2023; 13(24):13224. DOI: 10.3390/app132413224
9. Pastor A, Sanjurjo-Rivo M, Escobar D. Initial orbit determination methods for track-to-track association. *Advances in Space Research*. 2021;68(7):2677-2694. DOI: 10.1016/j.asr.2021.06.042
10. Cai H. [et al.]. Improved tracklet association for space objects using short-arc optical measurements. *Acta Astronautica*. 2018;151:836-847.
11. Lei X. [et al.]. A geometrical approach to association of space-based very short-arc LEO tracks. *Advances in Space Research*. 2018;62(3):542-553. DOI: 10.1016/j.asr.2018.04.044
12. Baranova V, Spiridonov A, Ushakov D, Saetchnikov V. The Resident Space Object Detection Method Based on the Connection between the Fourier Domain Image of the Video Data Difference Frame and the Orbital Velocity Projection. *J. Astron. Space Sci.* 2024;41(3):159-170. DOI: 10.5140/JASS.2024.41.3.159
13. Baranova VS, Saetchnikov VA, Spiridonov AA. Autonomous Streaming Space Objects Detection Based on a Remote Optical System. *Devices and Methods of Measurements*. 2021;12(4):272-279. DOI: 10.21122/2220-9506-2021-12-4-272-279
14. Субботин М. Введение в теоретическую астрономию / М.Ф. Субботин – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1968. 800 с.
14. Subbotin MF. *Introduction to theoretical astronomy*. Moscow, Nauka Publ., 1968. 800 p.
15. Spiridonov AA. [et al.]. Small satellite orbit determination using single pass Doppler measurements. *IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems*. 2022;3(4):162-170. DOI: 10.1109/JMASS.2022.3188736
16. Stoker K. [et al.]. Angles-Only Orbit Determination Accuracies with Limited Observational Arc // *Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference (AMOS)*. 2020. [Electronic resource]. URL: <https://amostech.com/TechnicalPapers/2020/Poster/Stoker.pdf> (08.04.2025).