

DOI: 10.21122/2220-9506-2024-15-3-195-204

## Модифицированный метод TRIAD для решения задачи ориентации подвижного объекта

В.В. Матвеев, М.Г. Погорелов, А.Н. Хомячкова

Тульский государственный университет,  
пр-т Ленина, 92, г. Тула 300012, Россия

Поступила 17.07.2024

Принята к печати 08.09.2024

В настоящее время актуальным является создание систем ориентации подвижных объектов, основанных на комплексировании различных типов датчиков первичной информации. Одним из способов решения задачи ориентации является использование метода *TRIAD* (*Tri-Axial Attitude Determination*), позволяющего определить матрицу направляющих косинусов между двумя системами координат. Традиционный метод *TRIAD* базируется на использовании двух опорных векторов – силы тяжести и геомагнитного поля, измеряемых акселерометрами и магнитометрами соответственно. Недостатком данного метода являются существенные возмущения при ускоренном движении объекта и влияние случайных погрешностей датчиков первичной информации. В работе предложен модифицированный метод *TRIAD*, базирующийся на измерениях трёх триад датчиков: магнитометров, акселерометров и гироскопов. На основе измерений гироскопов формируются оценки векторов ускорения силы тяжести и геомагнитного поля, которые затем комплексировются с показаниями акселерометров и магнитометров. Комплексированные векторы ускорения силы тяжести и геомагнитного поля используются затем для формирования матрицы направляющих косинусов по методу *TRIAD*. Метод может быть полезен для реализации бесплатформенных систем ориентации подвижных объектов различного базирования, так как в 6–8 раз точнее по сравнению с классическим методом *TRIAD*. Степень ослабления случайных погрешностей датчиков и возмущений от ускорений объекта может настраиваться весовыми коэффициентами.

**Ключевые слова:** метод TRIAD, магнитометр, акселерометр, гироскоп

---

**Адрес для переписки:**

Матвеев В.В.  
Тульский государственный университет,  
пр-т Ленина, 92, г. Тула 300012, Россия  
e-mail: matweew.valery@yandex.ru

---

**Address for correspondence:**

Matveev V.V.  
Tula State University,  
Lenina Ave., 92, Tula 300012, Russia  
e-mail: matweew.valery@yandex.ru

---

**Для цитирования:**

В.В. Матвеев, М.Г. Погорелов, А.Н. Хомячкова.  
Модифицированный метод TRIAD для решения задачи ориентации подвижного объекта.  
Приборы и методы измерений.  
2024. Т. 15. № 3. С. 195–204.  
DOI: 10.21122/2220-9506-2024-15-3-195-204

---

**For citation:**

Matveev VV, Pogorelov MG, Khomyachkova AN.  
Modified TRIAD Method for Solving the Problem of a Moving Object Orientation.  
Devices and Methods of Measurements.  
2024;15(3):195–204. (In Russ.).  
DOI: 10.21122/2220-9506-2024-15-3-195-204

DOI: 10.21122/2220-9506-2024-15-3-195-204

## Modified TRIAD Method for Solving the Problem of a Moving Object Orientation

V.V. Matveev, M.G. Pogorelov, A.N. Khomyachkova

Tula State University,  
92 Lenin Ave., 92, Tula 300012, Russia

Received 17.07.2024

Accepted for publication 08.09.2024

### Abstract

Currently, it is relevant to create moving objects orientation systems based on the integration of various types of primary information sensors. One way to solve the orientation problem is to use the TRIAD (Tri-Axial Orientation Determination) method which allows determining the matrix of direction cosines between two coordinates. The traditional TRIAD force method is based on the use of two reference vectors – of gravitational and geomagnetic fields, measured by accelerometers and magnetometers, respectively. The disadvantage of this method is – appearance of additional deviations during the accelerated movement of the object and influence of primary information sensors' random errors. Modified TRIAD method which is based on measurements of three triads of sensors: magnetometers, accelerometers and gyroscopes was proposed in the article. Estimates of acceleration vectors of gravitational and geomagnetic fields were calculated taking into account gyroscope measurements. Then these estimates were combined with the accelerometers' and magnetometers' data. The complex gravitational and geomagnetic fields' accelerations were used to form the direction cosine matrix by the TRIAD method. The suggested modified method can be used to implement free-form moving objects' orientation systems, since it is 6–8 times more accurate compared to the classic TRIAD method. Attenuation of random sensor errors and disturbances due to object acceleration can be adjusted by use of weigh factors.

**Keywords:** TRIAD method, magnetometer, accelerometer, gyroscope

---

#### Адрес для переписки:

Матвеев В.В.  
Тульский государственный университет,  
пр-т Ленина, 92, г. Тула 300012, Россия  
e-mail: matweew.valery@yandex.ru

---

#### Address for correspondence:

Matveev V.V.  
Tula State University,  
Lenina Ave., 92, Tula 300012, Russia  
e-mail: matweew.valery@yandex.ru

---

#### Для цитирования:

В.В. Матвеев, М.Г. Погорелов, А.Н. Хомячкова.  
Модифицированный метод TRIAD для решения задачи ориентации подвижного объекта.  
Приборы и методы измерений.  
2024. Т. 15. № 3. С. 195–204.  
DOI: 10.21122/2220-9506-2024-15-3-195-204

---

#### For citation:

Matveev VV, Pogorelov MG, Khomyachkova AN.  
Modified TRIAD Method for Solving the Problem of a Moving Object Orientation.  
Devices and Methods of Measurements.  
2024;15(3):195–204. (In Russ.).  
DOI: 10.21122/2220-9506-2024-15-3-195-204

---

## Введение

Триады магнитометров, гироскопов и акселерометров являются ключевыми компонентами систем ориентации и навигации подвижных объектов различного базирования: космических аппаратов, воздушных судов, наземных робототехнических комплексов и др. Магнитометрические датчики позволяют измерять проекции напряжённости магнитного поля Земли и использовать эти данные для определения магнитного курса подвижного объекта [1]. Выполняя комплексирование магнитометров с акселерометрами, измеряющими проекции вектора кажущегося ускорения, можно создать систему, способную определять ориентацию объекта вокруг трёх осей [2]. Эффективным способом определения ориентации объекта является метод *TRIAD* (*Tri-Axial Attitude Determination* – Трёхосное определение ориентации [3]), позволяющий рассчитать матрицу направляющих косинусов между неподвижной и связанной с подвижным объектом системами координат, по наблюдению за проекциями двух опорных векторов [4]. Метод *TRIAD* широко применяется для определения ориентации космических аппаратов [3–6], где в качестве опорных векторов используются измерения магнитометрических и звёздных датчиков, в задаче исследования штопора модели самолёта по векторам геомагнитного и гравитационного полей [7], в задачах начальной выставки [8] инерциальных навигационных систем по векторам силы тяжести и угловой скорости суточного вращения Земли, для определения ориентации беспилотных летательных аппаратов [9].

Измерения компонент магнитного поля Земли искажаются инструментальными погрешностями магнитометров, которые разделяются на два типа: *Hard Iron* («твёрдое железо») и *Soft Iron* («мягкое железо»). Вопросам калибровки магнитометров, направленным на снижение данных типов погрешностей, существует обширная литература (например [10, 11]), поэтому в данной статье не рассматриваются.

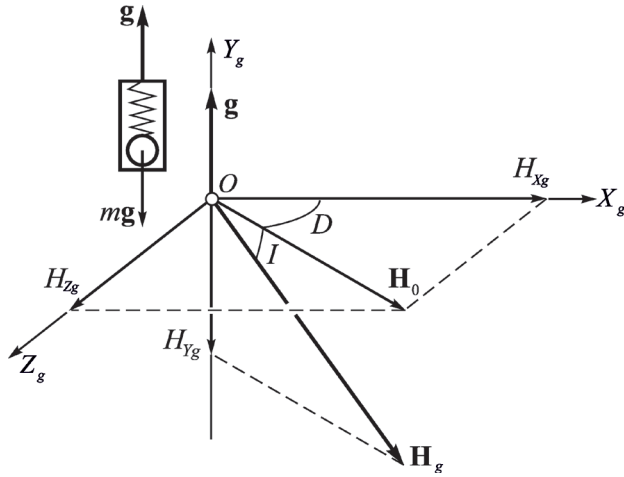
Особенностью функционирования акселерометров на подвижном объекте является то, что они измеряют не абсолютное ускорение, а, так называемое, кажущееся ускорение – геометрическую сумму абсолютного ускорения

объекта и ускорения силы тяжести [11]. При движении объекта без ускорений акселерометры можно использовать как датчики углов наклона объекта относительно плоскости горизонта, подобно двухкоординатному физическому маятнику. При движении объекта с ускорением, углы наклона, вырабатываемые акселерометрами, будут подвержены существенным возмущениям и без специальных мер погрешности определения углов могут составлять значительных величин. По этой причине использование классического метода *TRIAD* для решения задачи ориентации подвижного объекта по векторам напряжённости геомагнитного и гравитационных полей будет сопровождаться существенными погрешностями. Кроме того, на точность измерения параметров ориентации оказывают влияние случайные погрешности акселерометров и магнитометров.

В связи с этим целью настоящей работы являлось повышение точности классического метода *TRIAD* для снижения влияния на систему ориентации случайных погрешностей датчиков первичной информации и возмущений, вызванных ускорениями подвижного объекта.

## Задача ориентации подвижного объекта

Введём географическую систему координат, начало  $O$  которой поместим в центр масс подвижного объекта, а её оси направим по сторонам света:  $OX_g$  – на север,  $OY_g$  – по истинной вертикали вверх и  $OZ_g$  на восток соответственно (рисунок 1) [11]. Плоскость  $OX_gZ_g$  является плоскостью горизонта. Магнитное поле Земли определяется вектором напряжённости:  $\mathbf{H}_g = \|\mathbf{H}_{X_g} \ \mathbf{H}_{Y_g} \ \mathbf{H}_{Z_g}\|^T$ , где  $\mathbf{H}_{X_g}$  – северная,  $\mathbf{H}_{Y_g}$  – вертикальная,  $\mathbf{H}_{Z_g}$  – восточная составляющие соответственно. Проекция вектора  $\mathbf{H}_g$  на плоскость горизонта обозначим вектором  $\mathbf{H}_0$ , направление которого совпадает с плоскостью магнитного меридиана. Символами  $I, D$  обозначены углы наклона и склонения соответственно. На рисунке 1 показан также вектор ускорения силы тяжести, направленный вдоль оси  $OY_g$  и совпадающий с направлением линии отвеса. Вектор  $\mathbf{g}$  направлен вертикально для удобства интерпретации показаний акселерометров, так как смещению его чувствительного элемента вниз соответствует положительный сигнал об ускорении.

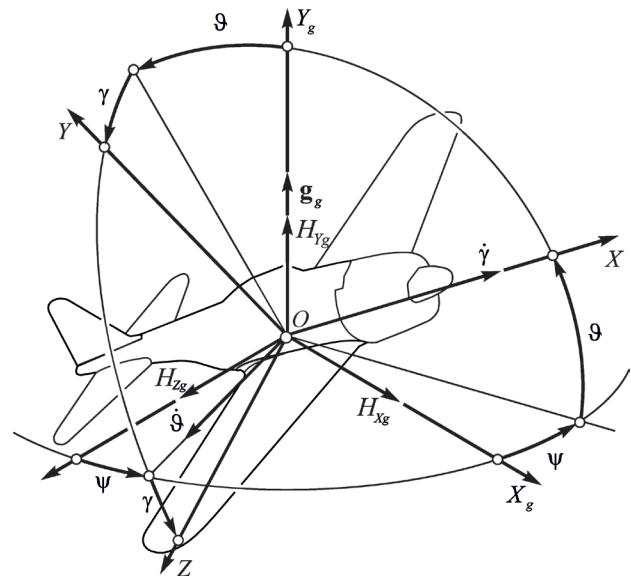


**Рисунок 1** – Географическая система координат  $OX_g Y_g Z_g$  и компоненты вектора напряжённости магнитного поля Земли

**Figure 1** – Geographical coordinate system  $OX_g Y_g Z_g$  and components of the Earth's magnetic field intensity vector

Введём связанную с подвижным объектом систему координат  $OXYZ$  (рисунок 2), в которой ось  $OX$  совпадает с продольной осью объекта и направлена к носу, ось  $OZ$  совпадает с поперечной осью и направлена в сторону правого крыла, ось  $OY$  перпендикулярна плоскости крыльев и направлена вверх. Положение строительных осей подвижного объекта относительно

географической системы координат определено тремя углами Эйлера–Крылова: рыскания  $\psi$ , тангажа  $\vartheta$  и крена  $\gamma$ .



**Рисунок 2** – Взаимное положение связанной и географической системы координат

**Figure 2** – The relative position of the associated and geographical coordinate systems

Матрица направляющих косинусов перехода от географической системы координат к связанной имеет вид [11]:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & \sin \vartheta & -\cos \vartheta \sin \psi \\ -\cos \gamma \cos \psi \sin \vartheta + \sin \gamma \sin \psi & \cos \gamma \cos \vartheta & \cos \gamma \sin \psi \sin \vartheta + \sin \gamma \cos \psi \\ \sin \gamma \cos \psi \sin \vartheta + \cos \gamma \sin \psi & -\sin \gamma \cos \vartheta & -\sin \gamma \sin \psi \sin \vartheta + \cos \gamma \cos \psi \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Задача ориентации подвижного объекта считается решенной, если будет известна матрица направляющих косинусов (1). Нахождение ортогональной матрицы  $\mathbf{A}$  методом *TRIAD* предполагает наличие двух опорных векторов, заданных проекциями в двух системах координат. Обозначим  $\bar{\mathbf{a}}_g = \|\bar{a}_{xg} \ \bar{a}_{yg} \ \bar{a}_{zg}\|^T$  и  $\bar{\mathbf{b}}_g = \|\bar{b}_{xg} \ \bar{b}_{yg} \ \bar{b}_{zg}\|^T$  – два нормированных вектора ( $|\bar{\mathbf{a}}_g| = 1$ ,  $|\bar{\mathbf{b}}_g| = 1$ ), определённые своими проекциями в географической системе координат. Здесь и далее черта над символом обозначает операцию нормирования. Пусть  $\bar{\mathbf{a}} = \|\bar{a}_x \ \bar{a}_y \ \bar{a}_z\|^T$  и  $\bar{\mathbf{b}}_g = \|\bar{b}_x \ \bar{b}_y \ \bar{b}_z\|^T$  – эти же самые нормированные векторы, но определённые проекциями в связанной с подвижным объектом системе координат. Сформируем из рассмотренных векторов ортогональные тройки единичных векторов координатных осей:

$$\bar{\mathbf{a}}_g, \mathbf{e}_g = \frac{\bar{\mathbf{a}}_g \times \bar{\mathbf{b}}_g}{|\bar{\mathbf{a}}_g \times \bar{\mathbf{b}}_g|}, \mathbf{r}_g = \bar{\mathbf{a}}_g \times \mathbf{e}_g. \quad (2)$$

$$\bar{\mathbf{a}}, \mathbf{e} = \frac{\bar{\mathbf{a}} \times \bar{\mathbf{b}}}{|\bar{\mathbf{a}} \times \bar{\mathbf{b}}|}, \mathbf{r} = \bar{\mathbf{a}} \times \mathbf{e}. \quad (3)$$

Матрица направляющих косинусов перехода от системы координат  $OX_g Y_g Z_g$  к системе  $OXYZ$  на основании (2), (3) определяется следующим образом [4]:

$$\mathbf{A}^{Triad} = \begin{pmatrix} \bar{a}_x & e_x & r_x \\ \bar{a}_y & e_y & r_y \\ \bar{a}_z & e_z & r_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{a}_{xg} & e_{xg} & r_{xg} \\ \bar{a}_{yg} & e_{yg} & r_{yg} \\ \bar{a}_{zg} & e_{zg} & r_{zg} \end{pmatrix}^T. \quad (4)$$

Приведём численный пример расчёта матрицы направляющих косинусов по наблюдениям за векторами магнитного поля Земли и ускорения силы тяжести. Пусть объект находится в точке с координатами:

широта  $54^\circ$ , долгота  $34^\circ$ , высота 100 м. Модуль вектора напряжённости в данной точке  $\mathbf{H} = 5,254 \cdot 10^{-5}$  Тл, а его компоненты имеют следующие значения:  $H_{X_g} = 17168$  нТл,  $H_{Y_g} = -49544$  нТл,  $H_{Z_g} = 3373$  нТл.

Рассчитаем компоненты нормированного вектора напряжённости:

$$\bar{\mathbf{H}}_g = \begin{bmatrix} 0,327 & -0,943 & 0,064 \end{bmatrix}^T.$$

Нормированный вектор ускорения силы тяжести в географической системе координат определяется известными компонентами:

$$\bar{\mathbf{g}}_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

Пусть объект повернулся последовательно вокруг точки  $O$  на углы рыскания  $\psi = \pi/6$  рад, тангажа  $\vartheta = \pi/4$  рад и крена  $\gamma = \pi/3$  рад. Матрица направляющих косинусов, рассчитанная по соотношению (1) для данных углов имеет вид:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,61237 & 0,70711 & -0,35355 \\ 0,12683 & 0,35355 & 0,92678 \\ 0,78033 & -0,61237 & 0,12683 \end{bmatrix}.$$

Получим эту же самую матрицу направляющих косинусов, но методом TRIAD. Идеальные нормированные измерения магнитометров и акселерометров имеют следующие значения:

$$\bar{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} -0,554 & 0,01 & 0,832 \end{bmatrix}^T,$$

$$\bar{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} 0,707 & 0,354 & -0,612 \end{bmatrix}^T.$$

После расчёта ортогональных троек единичных векторов на основании соотношения (4), имеем:

$$\mathbf{A}^{Triad} = \begin{bmatrix} 0,70711 & 0,68301 & -0,18301 \\ 0,35355 & -0,56565 & -0,74501 \\ -0,61237 & 0,4621 & -0,64146 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0,70711 & -0,70711 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,70711 & -0,70711 \end{bmatrix}^T.$$

Непосредственной проверкой можно установить, что:

$$\mathbf{A}^{Triad} - \mathbf{A} = \mathbf{O}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{O}$  – нулевая матрица.

По матрице  $\mathbf{A}^{Triad}$  могут быть получены углы рыскания, тангажа и крена [11], которые будут однозначно соответствовать приведённым выше значениям.

В реальных условиях матрица  $\mathbf{A}^{Triad}$  будет отличаться от истинной матрицы  $\mathbf{A}$  даже при идеальных измерениях магнитометров и акселерометров, что может быть вызвано

возмущениями объекта при движении с ускорением. В этом случае вектор измерений акселерометров  $\bar{\mathbf{p}}$  помимо составляющих ускорения силы тяжести будет содержать проекции вектора ускорения объекта, что в конечном счёте приводит к тому, что вектор  $\bar{\mathbf{p}}$  не соответствует вектору ускорения силы тяжести  $\bar{\mathbf{g}}_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ . Например, при движении центра масс объекта на Север с ускорением  $0,2g$ , погрешность по углу тангажа составит  $11,3^\circ$ , которая влечёт за собой погрешность по углу рыскания (курса) значением  $12,1^\circ$ .

Помимо способа (4), матрица  $\mathbf{A}$  может быть оценена триадой гироскопов на основе измерений проекций вектора угловой скорости объекта и численном интегрировании уравнения Пуассона [4]:

$$\mathbf{A}^{Gyro} = -[\boldsymbol{\omega} \times] \mathbf{A}^{Gyro}, \quad (6)$$

где  $[\boldsymbol{\omega} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$  – кососимметрическая

матрица, составленная из проекций вектора угловой скорости.

Пренебрегая вращением географической системы координат при облёте поверхности Земли, проекции вектора  $\boldsymbol{\omega}$  в связанной системы координат определяются соотношениями:

$$\omega_x = \dot{\psi} \sin \vartheta + \dot{\gamma},$$

$$\omega_y = \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma + \dot{\vartheta} \sin \gamma, \quad (7)$$

$$\omega_z = -\dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma + \dot{\gamma} \cos \gamma.$$

Следует обратить внимание, что матрица  $\mathbf{A}^{Gyro}$ , полученная на основании уравнения (6), будет соответствовать матрице  $\mathbf{A}$  лишь непродолжительное время. Это связано с накоплением погрешностей при интегрировании зашумлённых сигналов гироскопов и отсутствия их избирательности к истинной вертикали  $OY_g$  и направлению на Север  $OX_g$ .

## Модифицированный метод TRIAD

Пусть  $\bar{\mathbf{g}} = \mathbf{g}/|\mathbf{g}|$  и  $\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{H}/|\mathbf{H}|$  – нормированные векторы ускорения силы тяжести и напряжённости магнитного поля Земли, заданные проекциями в связанной с объектом системе координат. Вектор ускорения силы тяжести в связанной системе координат представим с учётом введенной выше матрицы направляющих косинусов:



$$\bar{\mathbf{g}} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{g}}_g.$$

Дифференцируя обе части данного равенства по времени, имеем:

$$\dot{\bar{\mathbf{g}}} = \mathbf{A}\dot{\bar{\mathbf{g}}}_g + \dot{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{g}}_g.$$

Так как  $\dot{\bar{\mathbf{g}}}_g = 0$ , а производная матрицы  $\dot{\mathbf{A}}$  может быть представлена уравнением Пуассона (6), то имеем:

$$\dot{\bar{\mathbf{g}}} = -[\boldsymbol{\omega} \times] \bar{\mathbf{g}}. \quad (8)$$

Аналогично можно записать уравнение для вектора напряжённости:

$$\dot{\bar{\mathbf{H}}} = -[\boldsymbol{\omega} \times] \bar{\mathbf{H}}. \quad (9)$$

Таким образом, если измерять проекции вектора угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}$  с помощью гироскопов и знать начальные значения компонент векторов  $\bar{\mathbf{g}}$  и  $\bar{\mathbf{H}}$  в связанной системе координат, то численно решая уравнения (8) и (9), можно получить оценки векторов ускорения силы тяжести и магнитного поля Земли по измерениям гироскопов.

Разрешая уравнения (8) и (9) относительно первых разностей, находим соотношения для дискретного времени

$$\bar{\mathbf{g}}_{k+1}^{Gyro} = (\mathbf{E} - [\boldsymbol{\omega}_{k+1} \times] T_0) \bar{\mathbf{g}}_k^{Gyro}; \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{H}}_{k+1}^{Gyro} = (\mathbf{E} - [\boldsymbol{\omega}_{k+1} \times] T_0) \bar{\mathbf{H}}_k^{Gyro}, \quad (11)$$

где  $\bar{\mathbf{g}}_{k+1}^{Gyro}$ ,  $\bar{\mathbf{H}}_{k+1}^{Gyro}$  – оценки векторов силы тяжести и магнитного поля Земли по измерениям триады гироскопов;  $k = 0, 1, 2, \dots$  – дискретное время;  $T_0$  – период дискретизации;  $[\boldsymbol{\omega}_{k+1} \times]$  – кососимметрическая матрица, составленная из проекций вектора угловой скорости на шаг  $k+1$ ;  $\mathbf{E}$  – единичная матрица размера  $3 \times 3$ .

Для придания векторам  $\bar{\mathbf{g}}_{k+1}^{Gyro}$  и  $\bar{\mathbf{H}}_{k+1}^{Gyro}$  свойства избирательности их необходимо комплексировать с фактическими нормированными показаниями акселерометров и магнитометров:

$$\bar{\mathbf{g}}_{k+1}^c = \alpha_1 (\mathbf{E} - [\boldsymbol{\omega}_{k+1} \times] T_0) \bar{\mathbf{g}}_k^c + (1 - \alpha_1) \bar{\mathbf{p}}_{k+1}; \quad (12)$$

$$\bar{\mathbf{H}}_{k+1}^c = \alpha_2 (\mathbf{E} - [\boldsymbol{\omega}_{k+1} \times] T_0) \bar{\mathbf{H}}_k^c + (1 - \alpha_2) \bar{\mathbf{H}}_{k+1}, \quad (13)$$

где  $\bar{\mathbf{g}}_{k+1}^c$ ,  $\bar{\mathbf{H}}_{k+1}^c$  – комплексированные векторы ускорения силы тяжести и магнитного поля Земли;  $\alpha_1 = [0, 1]$ ,  $\alpha_2 = [0, 1]$  – коэффициенты, определяющие вес соответствующих измерений;  $\bar{\mathbf{p}}_{k+1}$ ,  $\bar{\mathbf{H}}_{k+1}$  – нормированные векторы измерений акселерометрических и магнитометрических датчиков.

Далее по векторам  $\bar{\mathbf{g}}_{k+1}^c$  и  $\bar{\mathbf{H}}_{k+1}^c$  определяется матрица направляющих косинусов методом TRIAD:

$$\mathbf{A}_{k+1}^{Triad} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{g}}_{X_{k+1}}^c & e_{X_{k+1}} & r_{X_{k+1}} \\ \bar{\mathbf{g}}_{Y_{k+1}}^c & e_{Y_{k+1}} & r_{Y_{k+1}} \\ \bar{\mathbf{g}}_{Z_{k+1}}^c & e_{Z_{k+1}} & r_{Z_{k+1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & e_{X_g} & r_{X_g} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & e_{Z_g} & r_{Z_g} \end{pmatrix}^T, \quad (14)$$

$$\text{где } \mathbf{e}_{k+1} = \frac{\bar{\mathbf{g}}_{k+1}^c \times \bar{\mathbf{H}}_{k+1}^c}{|\bar{\mathbf{g}}_{k+1}^c \times \bar{\mathbf{H}}_{k+1}^c|}, \quad \mathbf{r}_{k+1} = \bar{\mathbf{g}}_{k+1}^c \times \mathbf{e}_{k+1},$$

$$\mathbf{e}_g = \frac{\mathbf{g}_g \times \bar{\mathbf{H}}_g}{|\mathbf{g}_g \times \bar{\mathbf{H}}_g|}, \quad \mathbf{r}_g = \bar{\mathbf{g}}_g \times \mathbf{e}_g.$$

Второй сомножитель в матричном произведении (14) представляет собой матрицу с постоянными элементами, которые определяются значениями компонент вектора напряжённости магнитного поля в данной точке местоположения объекта.

Углы ориентации определяются из матрицы (14) следующим образом:

$$\psi_{k+1} = \arctg 2(-A_{1,3}^{Triad}, A_{1,1}^{Triad}); \quad (15)$$

$$\vartheta_{k+1} = \arctg \left( A_{1,2}^{Triad} / \sqrt{(A_{2,2}^{Triad})^2 + (A_{3,2}^{Triad})^2} \right); \quad (16)$$

$$\gamma_{k+1} = \arctg 2(-A_{3,2}^{Triad}, A_{2,2}^{Triad}). \quad (17)$$

Соотношения (12)–(17) представляют собой алгоритм ориентации подвижного объекта на основе модифицированного метода TRIAD.

## Результаты моделирования

На рисунке 3 приведены результаты моделирования системы ориентации по модифицированному методу TRIAD в сравнении с классическим методом при нулевых параметрах ориентации с учётом воздействия ускорения объекта значением  $0,2g$  в момент времени  $t = 3$  с. Моделирование проводилось для различных значений весового коэффициента  $\alpha_1$ .

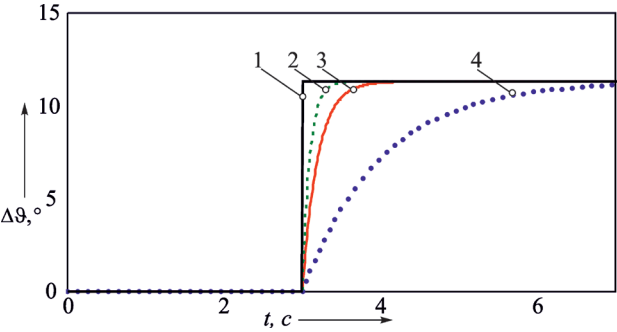
Погрешности угла рыскания, обусловленные также ускорениями объекта, приведены на рисунке 4.

Реакция системы ориентации на ускоренное движение объекта соответствует переходной характеристике апериодического звена первого порядка с постоянной времени:

$$T_1 = \frac{T_0 \alpha_1}{1 - \alpha_1}.$$

Для коэффициента  $\alpha_1 = 0,99$  и периода дискретизации  $T_0 = 0,01$  с постоянная времени составляет  $0,99$  с. Известно, что переходный

процесс аperiодического звена первого порядка заканчивается примерно за время  $t_{\pi} = 3T_1$ , следовательно, для данного коэффициента  $t_{\pi} \approx 3$  с. При коэффициенте  $\alpha_1 = 0,999$  вес гироскопических измерений будет ещё более значительным и время переходного процесса составит  $t_{\pi} \approx 30$  с.



**Рисунок 3** – Погрешность угла тангажа, вызванная ускорением объекта: 1 – классический метод TRIAD; 2, 3, 4 – модифицированный метод TRIAD при  $\alpha_1 = 0,9$ ;  $\alpha_1 = 0,95$ ;  $\alpha_1 = 0,99$  соответственно

**Figure 3** – Pitch angle error caused by object acceleration: 1 – classical TRIAD method; 2, 3, 4 – modified TRIAD method at  $\alpha_1 = 0,9$ ;  $\alpha_1 = 0,95$ ;  $\alpha_1 = 0,99$  respectively

При длительности воздействия ускорения, имеющей значение менее постоянной времени  $T_1$ , система ориентации не успевает значительно накопить погрешность ориентации, что делает данный метод более эффективным, по

сравнению с классическим методом TRIAD.

Степень приближения весовых коэффициентов  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2$ ) к единице ограничивается уровнем инструментальных погрешностей гироскопов. При значительном увеличении веса измерений гироскопов, система ориентации теряет свойство избирательности к плоскости горизонта и к направлению на магнитный Север и начинает накапливать погрешности за счёт их инструментальных погрешностей.

Случайные инструментальные погрешности датчиков первичной информации могут оказывать значительное влияние на точность функционирования системы ориентации, которые могут возникать из-за множества факторов, включая внешние помехи, внутренние шумы и изменения в рабочих условиях [11, 12].

В таблице приведён вклад случайных погрешностей датчиков первичной информации, описанных моделью белого шума, на точность решения задачи ориентации на неподвижном основании при нулевых значениях углов рыскания, тангажа и крена. Среднее квадратическое отклонение (СКО) шума акселерометров и магнитометров принималось равной 0,01 доли от модулей векторов ускорения силы тяжести и напряжённости соответственно. СКО шума гироскопов задавалось 0,1 °/с, что соответствует уровню погрешностей микромеханических гироскопов.

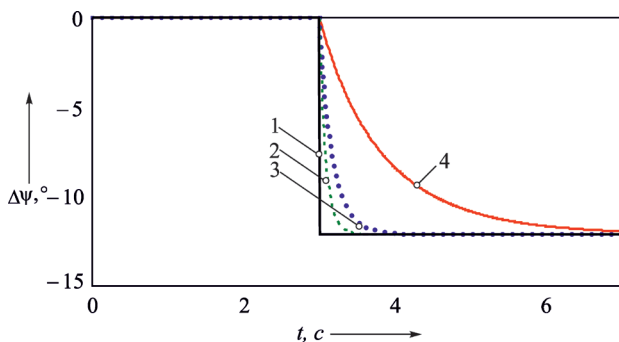
Таблица /Table

**Влияние случайных погрешностей датчиков на точность решения задачи ориентации**

**Influence of random sensors' errors on the accuracy of the orientation problem's solving**

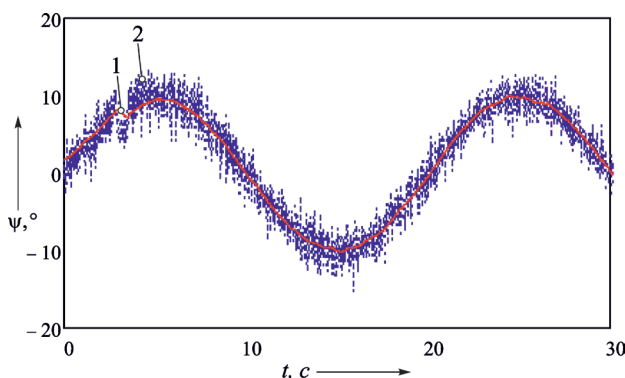
| Вид погрешности<br>Type of error                              | Весовые коэффициенты<br>Weighting factors             | $\Delta\psi, ^\circ(\sigma)$ | $\Delta\theta, ^\circ(\sigma)$ | $\Delta\gamma, ^\circ(\sigma)$ |
|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Шум акселерометров<br>Accelerometer noise<br>$\sigma = 0.01g$ | $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.9$                           | 0.37                         | 0.13                           | 0.13                           |
|                                                               | $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.99$                          | 0.12                         | 0.042                          | 0.042                          |
| Шум магнитометров<br>Magnetometer noise<br>$\sigma = 0.01 H $ | $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.9$                           | 0.395                        | 0.0                            | 0.0                            |
|                                                               | $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.99$                          | 0.13                         | 0.0                            | 0.0                            |
| Шум гироскопов<br>Gyro noise<br>$\sigma = 0.1 ^\circ/c$       | $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.9$                           | $2.2 \cdot 10^{-3}$          | $2.1 \cdot 10^{-3}$            | $2.3 \cdot 10^{-3}$            |
|                                                               | $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.99$                          | $7.4 \cdot 10^{-3}$          | $7.1 \cdot 10^{-3}$            | $7.7 \cdot 10^{-3}$            |
|                                                               | $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.9$                           | 0.54                         | 0.14                           | 0.14                           |
| Результирующая погрешность<br>Resulting error                 | $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.99$                          | 0.2                          | 0.1                            | 0.1                            |
|                                                               | Классический метод<br>TRIAD / Classic TRIAD<br>method | 1.6                          | 0.6                            | 0.6                            |

На рисунках 5–7 приведены результаты моделирования системы ориентации при синусоидальных законах изменения углов рыскания, тангажа и крена с амплитудами  $10^\circ$ ,  $12^\circ$ ,  $15^\circ$  и частотами 0,05 Гц, 0,03 Гц, 0,04 Гц соответственно. Угловые скорости объекта моделировались по соотношениям (7). СКО случайных погрешностей датчиков первичной информации задавались из таблицы, весовые коэффициенты комплексирования принимались  $\alpha_i = 0.99$ . В интервале времени 3–3,5 с моделировалось движение центра масс объекта с ускорением  $0,2g$  вдоль оси  $OX_g$ .



**Рисунок 4** – Погрешность угла рыскания, вызванная ускорением объекта: 1 – классический метод TRIAD; 2, 3, 4 – модифицированный алгоритм TRIAD при  $\alpha_1 = 0.9$ ;  $\alpha_1 = 0.95$ ;  $\alpha_1 = 0.99$  соответственно

**Figure 4** – Yaw angle error caused by object acceleration: 1 – classical TRIAD method; 2, 3, 4 – modified TRIAD algorithm at  $\alpha_1 = 0.9$ ;  $\alpha_1 = 0.95$ ;  $\alpha_1 = 0.99$  respectively



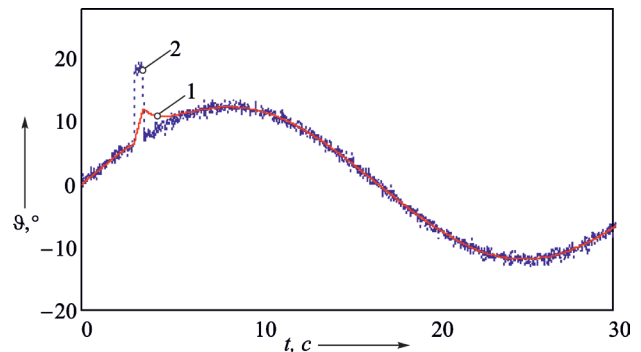
**Рисунок 5** – Графики зависимостей углов рыскания от времени: 1 – модифицированный метод TRIAD; 2 – классический метод TRIAD

**Figure 5** – Graphs of time dependences of yaw angles: 1 – modified TRIAD method; 2 – classical TRIAD method

Из результатов моделирования можно сделать вывод о том, что с увеличением

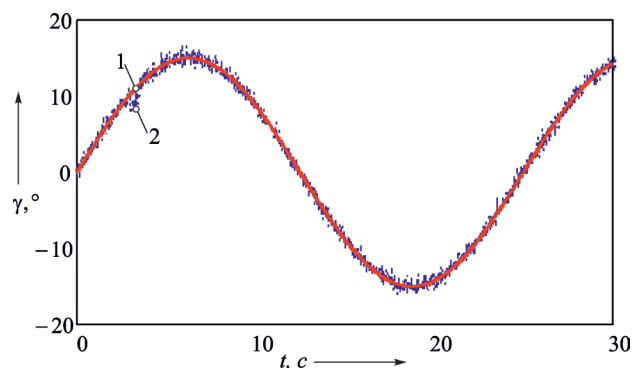
с веса измерений гироскопов (коэффициенты  $\alpha_i$  приближаются к 1):

- уменьшается СКО случайных погрешностей углов системы ориентации;
- увеличивается время переходного процесса дрейфа углов к ложным показаниям, вызванным ускоренным движением объекта.



**Рисунок 6** – Графики зависимостей углов тангажа от времени: 1 – модифицированный метод TRIAD; 2 – классический метод TRIAD

**Figure 6** – Graphs of time dependences of pitch angles: 1 – modified TRIAD method; 2 – classical TRIAD method



**Рисунок 7** – Графики зависимостей углов крена от времени: 1 – модифицированный метод TRIAD, 2 – классический метод TRIAD

**Figure 7** – Graphs of time dependences of roll angles: 1 – modified TRIAD method; 2 – classical TRIAD method

Кроме того, СКО погрешностей модифицированного метода TRIAD при  $\alpha_i = 0.99$  в 6 раз меньше по углам тангажа, крена и в 8 раз меньше по углу рыскания (курса) в сравнении с классическим методом TRIAD. Это даёт основание считать, что предложенный метод более предпочтителен для реализации систем ориентации подвижных объектов.



## Заключение

Предложен модифицированный метод TRIAD комплексирования сигналов трёх триад датчиков: магнитометров, акселерометров и гироскопов. Метод может быть полезен для реализации бесплатформенных систем ориентации подвижных объектов различного базирования, так как в 6–8 раз точнее по сравнению с классическим методом TRIAD. Идея метода основана на предварительном комплексировании сочетаний триад датчиков: акселерометров с гироскопами и магнитометров с гироскопами с последующим вычислением матрицы направляющих косинусов. Степень ослабления случайных погрешностей датчиков и возмущений от ускорений объекта может настраиваться коэффициентами  $\alpha_i$ . По матрице направляющих косинусов могут быть получены углы Эйлера–Крылова.

## Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Тульской области в сфере науки и техники по договору ДС/112/ЛИДПИ/23/ТО.

## Acknowledgments

The work was carried out with the support of a grant from the Government of the Tula Region in the field of science and technology under contract DS/112/LIDPI/23/TO.

## Список использованных источников

1. Туктарёв Н.А. Автономное инерциально-магнитометрическое устройство определения углов ориентации летательного аппарата / Н.А. Туктарёв [и др.] // Труды МАИ. 2016. – № 88.
2. Fei Liu, Jie Li, Haifu Wang, Chang Liu. An improved quaternion Gauss-Newton algorithm for attitude determination using magnetometer and accelerometer. Chinese Journal of Aeronautics. – 2014. – Vol. 27. – № 4. DOI: 10.1016/j.cja.2014.03.005
3. Markley L., Crassidis J. Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control. New York, Springer. 2014. 486 p.
4. Hashim H.A. Attitude Determination and Estimation using Vector Observations: Review, Challenges and Comparative Results, arXiv preprint, 2020. 51 p.

5. Belkhiat D.E.C., Fourati H. Multisensor Attitude Estimation: Fundamental Concepts and Applications. Boca Raton, CRC Press, 2016. 607 p.

6. Иванов Д.С. Результаты летных испытаний системы ориентации микроспутника Чибис-М. / Д.С. Иванов [и др.] // Космические исследования. Т. 52. – № 3. – 2014. – С. 218–228.

DOI: 10.7868/S0023420614020046

7. Вялков А.В. Определение углов ориентации по наблюдениям за векторами в задаче исследования штопора модели самолета // Гироскопия и навигация. 2020. – Т. 28. – № 3 (110). – С. 43–59.

8. Голован А.А. Математические основы навигационных систем: Часть II: Приложения методов оптимального оценивания к задачам навигации. – 2-е изд., испр. и доп. / А.А. Голован, Н.А. Парусников // М.: МАКС Пресс. – 2012. – 172 с.

9. Garcia de Marina, Hector & Pereda, Fernando & Giron-Sierra, Jose & Espinosa, Felipe. UAV attitude estimation using unscented Kalman filter and TRIAD. Industrial Electronics, IEEE Transactions, Nov. 2012. Vol. 59(11). – Pp. 4465–4474.

DOI: 10.1109/TIE.2011.2163913

10. Sawicki A., Slanina Z., Linkel A. Compensation of hard- and soft-iron distortions is magnetometer measurement data. Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments, August 2017. DOI: 10.1117/12.2280794

11. Августов Л.И. Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве / Августов Л.И. [и др.]; под редакцией доктора технических наук, заслуженного деятеля науки Российской Федерации, профессора Джанджавы Г.И. – Изд. 2-е, перераб. – Москва: Грани успеха. – 2022. – 547 с.

12. Borodacz K., Szczepanski C. Impact of Motion-Dependent Errors on the Accuracy of an Unaided Strapdown Inertial Navigation System. Sensors. 2023. – Vol. 23. – № 3. DOI: 10.3390/s23073528

## References

1. Tuktarev NA, Akhmedova SK, Grishin DV, Bursurin VI. Autonomous inertial-magnetometric device for determining the orientation angles of an aircraft. Proceedings of MAI. 2016;(88). (In Russ.).
2. Fei Liu, Jie Li, Haifu Wang, Chang Liu. An improved quaternion Gauss-Newton algorithm for attitude determination using magnetometer and accelerometer. Chinese Journal of Aeronautics. 2014;27(4). DOI: 10.1016/j.cja.2014.03.005
3. Markley L, Crassidis J. Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control. New York, Springer. 2014. 486 p.

4. Hashim HA. Attitude Determination and Estimation using Vector Observations: Review, Challenges and Comparative Results, arXiv preprint, 2020. 51 p.
5. Belkhiat DEC, Fourati H. Multisensor Attitude Estimation: Fundamental Concepts and Applications. Boca Raton, CRC Press, 2016. 607 p.
6. Ivanov DS, Ivlev NA, Karpenko SO, Ovchinnikov MYu, Roldugin DS. Results of flight tests of the orientation system of the Chibis-M microsatellite. *Space Research*. 2014;52(3):218-228.  
**DOI:** 10.7868/S0023420614020046
7. Vyalkov AV. Determination of orientation angles from observations of vectors in the problem of studying the spin of an aircraft model. *Gyroscopy and Navigation*. 2020;28(3)(110):43-59. (In Russ.).
8. Golovan AA, Parusnikov NA. Mathematical Foundations of Navigation Systems: Part II: Applications of Optimal Estimation Methods to Navigation Problems. - 2<sup>nd</sup> ed., corrected and supplemented. M.: MAX Press. 2012. 172 p.
9. Garcia de Marina, Hector & Pereda, Fernando & Giron-Sierra, Jose & Espinosa, Felipe. UAV attitude estimation using unscented Kalman filter and TRIAD. *Industrial Electronics, IEEE Transactions*, Nov. 2012;59(11):4465-4474. **DOI:** 10.1109/TIE.2011.2163913
10. Sawicki A, Slanina Z, Linkel A. Compensation of hard- and soft-iron distortions is magnetometer measurement data. *Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments*, August 2017.  
**DOI:** 10.1117/12.2280794
11. Avgustov LI [et al.]. Navigation of aircraft in near-Earth space; edited by Doctor of Technical Sciences, Honored Scientist of the Russian Federation, Professor Dzhandzhgava G.I. - 2<sup>nd</sup> ed., revised. Moscow: Grani uspekha, 2022. 547 p.
12. Borodacz K, Szczepanski C. Impact of Motion-Dependent Errors on the Accuracy of an Unaided Strapdown Inertial Navigation System. *Sensors*. 2023;23(3).  
**DOI:** 10.3390/s23073528