

УДК 681.2.082:531.45

Устройство и методика измерения моментов сил сопротивления качению на пятне контакта

И.З. Джилавдари¹, С. Мекид², Н.Н. Ризноокая¹

¹Белорусский национальный технический университет,
пр. Независимости, 65, г. Минск 220013, Беларусь

²Университет нефти и полезных ископаемых имени короля Фадха,
Дахран 31261, Саудовская Аравия

Поступила 12.10.2019

Принята к печати 29.11.2019

В настоящее время изучение трения качения является одним из основных направлений в исследовании закономерностей контактного взаимодействия твёрдых тел. О сложности решения проблем, существующих в этой области, свидетельствует практически необозримое количество публикаций, список которых постоянно растёт.

В данной работе внимание уделяется исследованиям моментов сопротивления качению при смещениях из положения равновесия тела в форме шарика, существенно меньших размеров пятна контакта. Цель представленной работы состояла в описании конструкции разработанного авторами одноконтактного маятникового прибора, в котором физический маятник, опираясь на плоскую поверхность исследуемого тела только одним шариком, совершает свободные малые качания со стабильной вертикальной плоскостью качаний, а также в описании специальной методики измерений с высокой чувствительностью и точностью сил сопротивления качению, в том числе, сил адгезии и упругих сил частотно-независимого внутреннего трения.

Оригинальность методики измерения сопротивления качению в данной работе состоит в использовании метода нелинейной аппроксимации зависимости амплитуды и периода качаний маятника от времени. Аппроксимация проводится на основании предложенных законов затухания амплитуды и изменения периода, которые отличаются от обычного экспоненциального закона. Предполагается, что данный подход позволяет провести оценку поверхностного натяжения твёрдого тела и оценку давления сил адгезии между поверхностями контактирующих тел, а также установить аналитический вид момента сопротивления качению. Проведены эксперименты для следующих пар контактирующих тел: сталь-сталь, сталь-стекло, сталь-кремний. Построены кривые зависимости момента сопротивления качению от амплитуды качаний маятника.

Разработанный одношариковый маятниковый прибор и предложенная методика измерений открывают новые широкие возможности для исследований механизмов и закономерностей сопротивления качению в условиях микро- и мезоперемещений катящегося тела из состояния покоя.

Ключевые слова: адгезия, поверхностное натяжение, сопротивление качению, физический маятник, сферическая опора.

DOI: 10.21122/2220-9506-2019-10-4-308-321

Адрес для переписки:

Н.Н. Ризноокая
Белорусский национальный технический университет,
пр. Независимости, 65, г. Минск 220013, Беларусь
e-mail: Riznookaya@bntu.by

Address for correspondence:

N. Riznookaya
Belarusian National Technical University,
Nezavisimosty Ave., 65, Minsk 220013, Belarus
e-mail: Riznookaya@bntu.by

Для цитирования:

И.З. Джилавдари, С. Мекид, Н.Н. Ризноокая.
Устройство и методика измерения моментов сил сопротивления качению на пятне контакта.
Приборы и методы измерений.
2019. – Т. 10, № 4. – С. 308–321.
DOI: 10.21122/2220-9506-2019-10-4-308-321

For citation:

I. Gilavdary, S. Mekid, N. Riznookaya.
[Device and Measuring Method the Moments of Rolling Resistance Forces on the Contact Spot].
Devices and Methods of Measurements.
2019, vol. 10, no. 4, pp. 308–321 (in Russian).
DOI: 10.21122/2220-9506-2019-10-4-308-321

Device and Measuring Method the Moments of Rolling Resistance Forces on the Contact Spot

I. Gilavdary¹, S. Mekid², N. Riznookaya¹

¹Belarusian National Technical University,
Nezavisimosty Ave., 65, Minsk 220013, Belarus

²King Fahd University of Petroleum & Minerals, Mechanical Engineering Department,
Dhahran 31261, Saudi Arabia

Received 12.10.2019

Accepted for publication 29.11.2019

Abstract

Currently, the study of rolling friction is one of the main directions in the study of the laws of contact interaction of solids. The complexity of solving the problems existing in this area is evidenced by the practically vast number of publications, the list of which is constantly growing.

In this paper, attention is paid to studies of the moments of rolling resistance at displacements from the equilibrium position of a ball-shaped body that are substantially smaller than the size of the contact spot. The purpose of the present work is to describe the design of the single-contact pendulum device developed by the authors, in which the physical pendulum, resting on the flat surface of the body under study with only one ball, makes free small stable swings in a vertical plane, as well as in the description of a special measurement technique with high sensitivity and accuracy rolling resistance forces, including adhesion forces and frequency-independent forces of elastic deformations. It is assumed that the adhesion forces can exhibit both dissipative properties and elastic properties, while elastic forces are independent of the strain rate.

The originality of the method of measuring rolling resistance in this paper consists in using the method of nonlinear approximation of the dependence of the amplitude and period of swing of the pendulum on time. The approximation is carried out on the basis of the proposed laws of amplitude decay and period variation, which differ from the usual exponential law.

It is assumed that this approach allows one to evaluate the surface tension of a solid and evaluate the pressure of adhesion forces between the surfaces of the contacting bodies, as well as to establish an analytical form of the moment of rolling resistance. The curves of the dependence of the rolling resistance moment on the swing amplitude of the pendulum are constructed. Experiments were performed for the following pairs of contacting bodies: steel-steel, steel-glass, steel-electrotechnical silicon. It was assumed that the pressure at the contact spot did not exceed the elastic limit.

The developed single-ball pendulum device and the proposed measurement procedure open up new wide possibilities for studying the laws of mechanisms of rolling resistance under conditions of micro- and mesoscale displacements of a rolling body from a state of rest.

Keywords: adhesion, surface tension, rolling resistance, physical pendulum, spherical support.

DOI: 10.21122/2220-9506-2019-10-4-308-321

Адрес для переписки:

Н.Н.Ризнокая
Белорусский национальный технический университет,
пр. Независимости, 65, г. Минск 220013, Беларусь
e-mail: Riznookaya@bntu.by

Address for correspondence:

N.Riznookaya
Belarusian National Technical University,
Nezavisimosty Ave., 65, Minsk 220013, Belarus
e-mail: Riznookaya@bntu.by

Для цитирования:

И.З. Джилавдари, С. Мекид, Н.Н. Ризнокая.
Устройство и методика измерения моментов сил сопротивления
качению на пятне контакта.
Приборы и методы измерений.
2019. – Т. 10, № 4. – С. 308–321.
DOI: 10.21122/2220-9506-2019-10-4-308-321

For citation:

I. Gilavdary, S. Mekid, N. Riznookaya.
[Device and Measuring Method the Moments of Rolling Resistance
Forces on the Contact Spot].
Devices and Methods of Measurements.
2019, vol. 10, no. 4, pp. 308–321 (in Russian).
DOI: 10.21122/2220-9506-2019-10-4-308-321

Введение

Изучение трения качения проводится, как правило, в условиях, когда скорость качения постоянна. В этой области накоплен большой опыт и сформулированы основные закономерности, описывающие зависимость момента сопротивления качению от различных влияющих факторов, величины нагрузки и условий движения. О сложности решения проблем, существующих в этой области, свидетельствует практически необозримое количество публикаций, список которых постоянно растет [см., например, работы, появившиеся в последнее время, 1–4].

Однако, при решении проблем достижения высокой точности управления движением и позиционирования в системах автоматического управления, требуется знание закономерностей сопротивления качению в самом начале движения из состояния покоя и в области реверса. Это привело к необходимости изучения закономерностей трения качения при малых нагрузках, малых скоростях и малых смещениях катящегося тела. Было установлено, что в этих условиях основные механизмы трения качения связаны с упругостью контактирующих тел, проскальзыванием и внутренним гистерезисным трением, а также адгезией [5, 6]. Перемещения в паре трения, при которых трение качения возникает из состояния покоя и имеет неустановившийся характер, получили специальное название – «*pre-rolling*». Здесь законы зависимости моментов сопротивления качению от перемещений имеют специфический нелинейный характер, которые до сих пор остаются недостаточно изученными [3, 7–10].

Кроме того, развитие микротехники и нанотехники привело к необходимости в исследовании сил адгезии, как причины взаимного прилипания отдельных элементов микроэлектромеханических систем, нарушающих их работу [11]. Фактор прилипания, обусловленный силами адгезии, должен также учитываться в технике при использовании микро- и наноманипуляторов [12, 13]. Адгезию можно изучать как один из механизмов трения качения.

До сих пор изучение сил адгезии проводилось, в основном, или такими «тонкими» физическими приборами как атомные силовые микроскопы (АСМ) [14], или техническими приборами, в которых используется прямой отрыв различных тел, приклеенных к подлож-

ке, методы склерометрии, царапания, расслоения^{1,2} [15].

Однако АСМ позволяет проводить измерения лишь в пределах нескольких нанометров или микрометров. В свою очередь, «технические» приборы не позволяют проводить измерения с высокой чувствительностью и точностью.

Несмотря на практическую важность указанных выше проблем, до сих пор не были разработаны «эмпирические процедуры для измерения и представления законов трения» [4] с высокой чувствительностью и точностью.

В данной работе представлены результаты разработки «эмпирической процедуры для измерения и представления закона трения качения» в том частном случае, когда смещение тела качения имеет размеры, которые существенно меньше радиуса пятна контакта. Эту область качения мы назовем «*deep pre-rolling*», или «*DPR*». Как будет показано, в этой области адгезия тел на пятне контакта может быть измерена с высокой чувствительностью и точностью в пределах нескольких микрометров и больше.

Цель работы состояла в описании конструкции разработанного авторами одноконтактного маятникового прибора, в котором физический маятник, опираясь на плоскую поверхность исследуемого тела только одним шариком, совершает свободные малые качания со стабильной плоскостью качаний, а также в описании специальной методики выполнения измерений сил сопротивления качению, в том числе и сил адгезии, с высокой чувствительностью и точностью в области *DPR*.

Маятниковые приборы для исследования сил адгезии

Приборы, в которых используется метод свободных качаний физического маятника, опирающегося через тело качения (шарики, ролики, ребро призмы (или ножа)), на плоскую площадку (или подушку), давно используются для измерения

¹ГОСТ 15140-79. Материалы лакокрасочные. Методы определения адгезии. – Введён: 01.01.79. – М.: Стандартинформ, 2009 – 9с.

²ГОСТ 28574-2014. Защита от коррозии в строительстве. Конструкции бетонные и железобетонные. Методы испытаний адгезии защитных покрытий – Введён: 01.01.2015 – М.: Стандартинформ, 2014. – 12 с.

твёрдости и прочности материалов и изделий [16, 17, 21]. Твёрдость и прочность площадки-образца в этих приборах связывают с декрементом затухания амплитуды качаний маятника. Поскольку способы расчёта этого параметра в разных приборах разные, то с каждым из них связывают свое значение и твёрдости, и прочности. В результате, для маятниковых измерений появились такие понятия как «твёрдость по Герберту» [17–20], *damping hardness*, стеклянное число³ и др.

С точки зрения возможности расчёта деформаций тел при их упругом контакте, наиболее простым является контакт шарика и плоской поверхности. Эта часть теории упругости является наиболее разработанной [6]. Рядом исследователей уже давно были предприняты попытки построения маятникового прибора на одном шарике. Однако, при работе с таким (одноконтактным) маятником исследователи столкнулись с проблемой неустойчивости плоскости его качаний, поскольку маятник на одном шарике имеет три вращательных степени свободы, что приводит к нестабильности плоскости качаний и значительно усложняет проведение исследований.

По-видимому, Дж. А. Томлинсон был первым, кто использовал двухконтактный физический маятник для систематических исследований молекулярной природы трения качения при малых амплитудах качаний. В его опытах (1929 г.) маятник в форме диска, насаженного на цилиндрическую ось, опирался на два тела качения (два цилиндра, или два полуцилиндра, или два шарика). Коэффициент трения качения находили путём вычисления декремента затухания амплитуды качаний диска в предположении, что этот декремент остается постоянным [22]. В своей статье, среди прочих, Томлинсон пришел к выводу о том, что коэффициент трения качения практически не зависит от скорости.

Ранее авторами данной работы был разработан двухконтактный маятниковый прибор, в котором физический маятник совершал свободные затухающие качания с амплитудой, существенно меньшей угла упругого контакта, опираясь двумя одинаковыми шариками на плоскую исследуемую поверхность. Центр масс маятника находился на пятне контактов шариков [23, 24].

³ГОСТ 5233-89. Материалы лакокрасочные. Метод определения твердости покрытий по маятниковому прибору. – Введён: 01.01.1990. – М.: ИПК издательство стандартов, 2003. – 5 с.

Было предположено, что при нагрузках, не выходящих за область упругих деформаций, и малых скоростях качения, шарики совершают перемещение в условиях, близким к условиям чистого качения. В этом случае основными механизмами сопротивления качению являются силы адгезии и силы частотно независимого внутреннего трения, возникающего при деформациях контактирующих тел. Была построена феноменологическая теория сопротивления качению в режиме *DPR*, и было показано, что с помощью этого прибора можно изучать закономерности сопротивления качению в нано- и микромасштабе с рекордно высокими чувствительностью и точностью.

Однако, двухконтактный маятник имеет очевидный недостаток: его можно применять только при наличии двух одинаковых исследуемых образцов, подкладываемых под каждый шарик, или одного образца с относительно большой однородной поверхностью. Это существенно снижает номенклатуру испытываемых материалов. Кроме того, здесь существует проблема тождественности, как самих шариков, так и условий их фиксации.

Феноменологическая теория сопротивления качению в режиме *DPR*

Эта теория построена в предположении, что силы адгезии можно представить, как некоторые силовые связи (упругие пружины), которые соединяют контактирующие тела. При качаниях маятника часть этих связей разрывается, и в этом случае какая-то доля энергии маятника уходит на совершение работы по отрыву поверхности шарика от исследуемой поверхности. Так же, часть энергии маятника должна уходить на совершение работы против сил внутреннего трения при деформации контактирующих тел, и эти силы являются частотно независимыми.

Исходя из этих предположений, «диссипативный» момент трения как функция угла φ отклонения маятника может быть записан в виде [24]:

$$M_{fr} = -mgR \left(c + b\varphi^p \right) \operatorname{sign} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right), \quad (1)$$

где m – масса маятника; g – ускорение свободного падения; R – радиус шарика; c, b, p – параметры аппроксимации, определяемые из эксперимента.

Здесь коэффициент c «отвечает» за адгезионную составляющую трения, и вторая часть в правой части формулы (1) «отвечает» за частотно-независимое внутреннее трение при деформации контактирующих тел.

Пользуясь формулой (1), можно вычислить значение удельной поверхностной энергии в зоне контакте, как отношение работы $A_t(\varphi) = mgRc\varphi$, совершаемой силами адгезии при отрыве поверхности шарика от поверхности пятна контакта площадью $S \approx 2aR\varphi$ в процессе его поворота на малый угол φ при его откате от положения равновесия, к величине площади этого контакта S :

$$\sigma = \frac{A_t}{S} = \frac{mgc}{2a}. \quad (2)$$

Параметр σ по своему физическому смыслу и размерности совпадает с аналогичным параметром, используемым в [3] (где он обозначен через λ), который автор называет поверхностной энергией или поверхностным натяжением.

Явление резкого уменьшения периода отклонений маятника с уменьшением амплитуды мы связали с действием сил адгезионных связей, но с теми связями, которые «не рвутся» при качаниях маятника. Зависимость момента этих сил от угла поворота шарика можно записать в виде [24]:

$$M_{el}(\varphi) \approx 2\gamma a^2 R |\varphi|^{n+1} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{R}{a} \varphi \right) \cdot \text{sign}(\varphi), \quad (3)$$

где a – радиус пятна контакта; γ, n – параметры аппроксимации, определяемые из эксперимента.

$$\left\{ I + m \left[(l_c - R)^2 + 4Rl_c \sin^2 \left(\frac{r}{2(r-R)} \varphi \right) \right] \right\} \ddot{\varphi} + ml_c \frac{R \cdot r}{r-R} \sin \left(\frac{r}{r-R} \varphi \right) \cdot (\dot{\varphi})^2 + mg \left[l_c \sin \varphi + R \sin \left(\frac{R}{r-R} \varphi \right) \right] = M, \quad (4)$$

где I – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр масс параллельно оси вращения; l_c – расстояние от центра шара до центра масс маятника; M – проекция момента силы трения качения на ось вращения.

Проекция ускорения центра масс маятника на горизонтальную касательную к опоре в точке контакта, которая определяет силу трения, удерживающую маятника от скольжения, имеет вид:

$$a_c = \left[l_c \cos \left(\frac{r}{r-R} \varphi \right) - R \right] \ddot{\varphi} - \left[l_c \sin \left(\frac{r}{r-R} \varphi \right) \right] (\dot{\varphi})^2. \quad (5)$$

По нашему мнению, параметр γ характеризует упругое давление сил адгезии, действующее между поверхностью шарика и исследуемой поверхностью. В [3] автор в случае действия сил Ван-дер-Ваальса аналогичный параметр (там он обозначен через σ) называет напряжением Ван-дер-Ваальса.

Получим дифференциальное уравнение качаний маятника с опорой в виде шарика. С целью достижения более общего результата, решим задачу о качаниях маятника с опорой в виде шарика или цилиндра радиусом R , совершающего плоское движение по вогнутой сферической или цилиндрической поверхности радиусом r (рисунок 1).

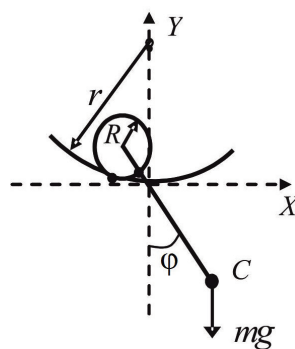


Рисунок 1 – Физический маятник, опирающийся шариком на вогнутое основание

Figure 1 – A physical pendulum supported by a ball on a concave base

При отсутствии проскальзывания и деформаций (точечный контакт) в области контакта уравнение качаний маятника с опорой, представленной на рисунке 1, имеет вид:

Случай опоры маятника в виде шара, опирающегося на плоскую поверхность, можно получить из уравнений (4) и (5), устремив радиус r к бесконечности. Тогда уравнения (4) и (5) примут следующий вид:

$$\left\{ I + m \left[(l_c - R)^2 + 4Rl_c \sin^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right] \right\} \ddot{\varphi} + ml_c R \sin(\varphi) \cdot (\dot{\varphi})^2 + mgl_c \sin \varphi = M, \quad (6)$$

$$a_c = (l_c \cos \varphi - R) \ddot{\varphi} - l_c \sin \varphi (\dot{\varphi})^2. \quad (7)$$

При очень малых значениях угла φ ($\varphi \ll 1$) и угловой скорости $\dot{\varphi} \approx 0$ ($\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$, $\dot{\varphi}^2 \approx 0$), последние два уравнения запишутся в виде:

$$\left[I + m(l_c - R)^2 \right] \ddot{\varphi} + mg l_c \varphi = M; \quad (8)$$

$$a_c = (l_c - R) \ddot{\varphi}. \quad (9)$$

Если центр масс маятника находится на пятне контакта, т. е. выполняется условие $l_c = R$, из последних двух уравнений имеем:

$$I \ddot{\varphi} + mgR\varphi = M; \quad (10)$$

$$a_c = 0. \quad (11)$$

Первое из этих двух уравнений по своему виду совпадает с уравнением малых качаний математического маятника, подвешенного на нити длиной R . Из последнего равенства следует, что ускорение центра масс маятника в нижней точке равно нулю, поэтому маятник не будет испытывать действия силы трения со стороны опоры и, как следствие, он не будет испытывать влияния горизонтальных составляющих вращений основания.

Полный момент сил сопротивления качению может быть записан в виде:

$$M(\varphi) = M_{fr}(\varphi) + M_{el}(\varphi). \quad (12)$$

Тогда уравнение (10) имеет вид:

$$I \ddot{\varphi} + mgR\varphi = M_{fr}(\varphi) + M_{el}(\varphi). \quad (13)$$

Уравнение (13) будем решать в первом приближении асимптотической теории нелинейных колебаний. В этом приближении зависимость амплитуды от времени $\alpha(t)$ определяется диссипативным моментом, и зависимость периода от амплитуды $T(\alpha)$ – упругим моментом. Зависимость амплитуды от времени можно найти, решая уравнение (13) в виде:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + mgR\varphi = -mgR(c + b\varphi^p) \operatorname{sign}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right). \quad (14)$$

Решение уравнения (14) в первом приближении асимптотической теории нелинейных колебаний даёт зависимость амплитуды α качаний маятника от времени t в неявном виде [29]:

$$t(\alpha) = -\frac{T}{4} \int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{d\varphi}{\frac{1}{b\varphi^p + c}}, \quad (15)$$

где T – среднее значение периода качаний маятника.

Используя уравнение (15) в качестве уравнения регрессии для аппроксимации экспериментальных кривых затухания амплитуд качаний, можно определить численное значение параметров c , b и p .

Зависимость периода от амплитуды можно найти, решая уравнение (13) в виде:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + mgR\varphi = 2\gamma a^2 R |\varphi|^{n+1} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{R}{a} \varphi \right) \cdot \operatorname{sign}(\varphi). \quad (16)$$

Решение уравнения (16) в первом приближении асимптотической теории нелинейных колебаний имеет вид (формула (28) в [24]):

$$T(\alpha) = T_0 \left[1 - \sqrt{\pi} \gamma \frac{a^2 \alpha^n \Gamma\left(\frac{n}{2} + \frac{3}{2}\right)}{mg \Gamma\left(\frac{n}{2} + 2\right)} \left(1 - 0.55 \frac{R\alpha}{a} \right) \right]^{-1}. \quad (17)$$

Используя уравнение вида (17) как уравнение регрессии экспериментальной зависимости $T(\alpha)$, можно найти численные значения параметров T_0 , γ и n . Решение в виде (17) является наиболее устойчивым по отношению к выбору начальных значений этих параметров при вычислениях в процессе нелинейной аппроксимации. Из уравнений (17) и (16) видно, что $T_0 = T(0) = 2\pi \sqrt{mgR/I}$. В принципе, последняя формула позволяет уменьшить количество параметров аппроксимации до двух. Однако, чтобы провести такое вычисление, требуется знать значение момента инерции I с высокой точностью.

Зависимость $M(\varphi)$ при известной зависимости $\varphi(t)$ позволяет построить феноменологическую теорию сопротивления качению сил адгезии в режиме *DPR*. В частности, зависимость $M_{el}(\varphi)$ позволяет построить скелетную кривую и зависимость $M_{fr}(\varphi)$ позволяет построить петлю гистерезиса. Примеры таких кривых приведены ниже.

Маятниковый прибор с опорой на один шарик (конструкция и методика измерений)

Как уже отмечалось выше, при использовании маятникового прибора с опорой на один шарик возникает проблема неустойчивости

вертикальной плоскости качаний маятника. Эффект неустойчивости усиливается, когда центр масс маятника приближается к точке опоры, и трение невелико. Если маятник установлен одним опорным шариком на твёрдую плоскую поверхность, он имеет возможность совершать качания вокруг двух горизонтальных осей и совершать вращение вокруг вертикальной оси.

В наших экспериментах было установлено, что в режиме *DPR* при осторожном запуске качаний вращение маятника вокруг вертикальной оси практически не возникает или быстро прекращается; это означает, что трение вращения здесь максимально. Было также замечено, что, если маятник имеет вытянутую форму, при которой моменты инерции главных горизонтальных центральных осей инерции значительно отличаются между собой (рисунок 2), то качания с малым периодом вокруг длинной оси (ось U с минимальным моментом инерции) затухают раньше, чем качания с большим периодом вокруг короткой оси (ось V с максимальным моментом инерции). Отсюда следует, что, если в маятнике с опорой на один шарик записывать длительно периодические качания после того, как успокоятся коротко периодические качания, то плоскость качаний будет стабильной.

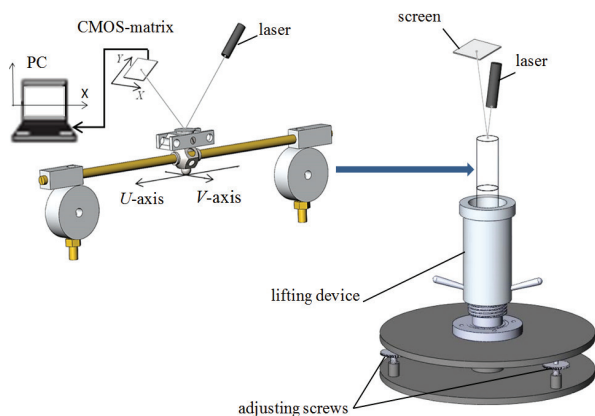


Рисунок 2 – Маятник с системой записи траектории движения луча и балансировочное устройство

Figure 2 – A pendulum with a system for recording the beam trajectory, a balancing device

На рисунке 2 показан маятник с опорой на один шарик, специально изготовленный для проведения измерений. К верхней поверхности маятника прикреплено тонкое плоское зеркало. В этом маятнике отношение момен-

тов инерции I_v/I_u было около 25, что на опыте дало отношение периодов качаний T_v/T_u , равным около 5. Диаметр шарика равнялся 12,1 мм. Масса маятника равнялась 0,406 кг. Центр масс маятника находился вблизи пятна контакта, что достигалось путём его тщательной балансировки (см. Приложение).

Для измерения амплитуды и времени колебаний маятника использовалась оптическая система записи его качаний, состоящая из полупроводникового лазера, фокусирующего устройства (на рисунке 2 оно не показано), зеркала, установленного на маятнике, КМОП-матрицы и компьютера, записывающего сигналы с матрицы. Такая система позволяет записать траекторию смещения луча, отражённого от маятника, в координатах YX КМОП-матрицы (см. рисунок 3).

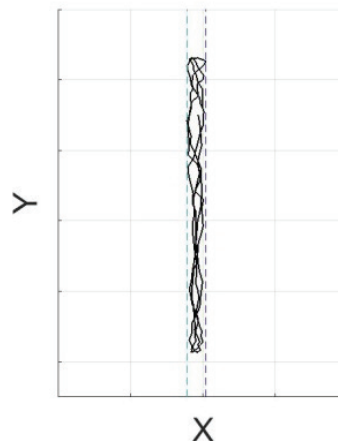


Рисунок 3 – Запись траектории пятна лазерного луча на матрице в течение 2-х первых периодов качаний

Figure 3 – Recording trajectory spot of the laser beam on the matrix within the first 2 swing periods

Если маятник идеально сбалансирован, оптико-электронная система идеально настроена и не имеет шумов, и влияние вибраций основания отсутствует, то короткопериодические поперечные качания маятника не должны возбуждаться и запись на рисунке 3 должна представлять собой вертикальную линию. Однако, в реальности всё же наблюдаются фигуры, подобные фигурам Лиссажу.

Изменение координаты Y со временем t является записью амплитуды колебаний маятника вокруг короткой оси. Пример записи $Y(t)$ маятника показан на рисунке 4.

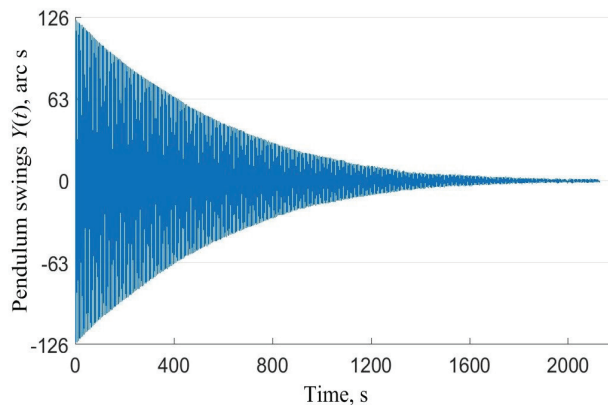


Рисунок 4 – Запись амплитуды длинно периодических качаний маятника $Y(t)$ с опорой на один шарик

Figure 4 – Recording long periodic amplitude pendulum swing $Y(t)$ with a support on one ball

Результаты измерений и расчётов

В экспериментах в качестве опоры маятника использовался шарик радиусом $R = 6,05$ мм, выполненный из стали ШХ15. В качестве материалов, на которые опирался маятник, были выбраны полированные образцы монокристаллического кремния (шероховатость $Ra = 0,4$ нм, модуль упругости $E_{si} = 1,31 \cdot 10^{11}$ Н/м², коэффициент Пуассона $\nu_{si} \approx 0,266$), стали ШХ15 ($Ra = 63$ нм, $E_{st} = 2,11 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\nu_{st} \approx 0,28$) и оптического стекла К8 ($Rz = 40$ нм, $E_g = 0,82 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\nu_g \approx 0,206$).

Параметры области контакта шарика и испытываемых поверхностей, рассчитанные по формулам Герца, приведены в таблице 1.

Начальная амплитуда колебаний маятника α_0 была выбрана, равной, примерно, 124 угл. с, конечная амплитуда составляла, примерно, 2 угл. с, так что максимальное смещение шарика $r_{\text{макс}} \approx 3,63$ мкм, минимальное смещение шарика $r_{\text{мин}} \approx 0,06$ мкм. Видно, что угловые и линейные смещения шарика находились в зоне DPR . Результаты измерений зависимостей амплитуды α от времени t и периода T от амплитуды α , полученные для пар трения путем усреднения результатов серии из трёх проведённых подряд измерений для каждой пары образцов, показаны на рисунке 5.

Результаты расчёта параметров аппроксимации (параметров трения) зависимости амплитуды от времени и периода от амплитуды представлены

в таблице 2. Погрешности аппроксимации (ПА) экспериментальных зависимостей аналитически, приведённые в таблице 2, были рассчитаны по формуле ПА(x):

$$\text{ПА}(x) = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^k \left| \frac{x_i - x(t_i)}{x_i} \right|, \quad (18)$$

где x_i – измеренные значения; $x(t_i)$ – аналитические значения, вычисленные в соответствии с формулой (15) для амплитуды и с формулой (17) для периода.

Отметим также, что значения параметра σ согласуются по порядку величины с значениями «адгезионной энергии» w_{t-s} ($w_{t-s} \sim 10^{-3}$ Дж/м²), полученными с помощью АСМ [14], а также с помощью контактного адгезиометра [25, 26].

Таблица 1 / Table 1

Параметры области контакта шарика и испытываемых поверхностей, рассчитанные по формулам Герца

The parameters of the contact area of the ball and the test surfaces, calculated according to the Hertz formulas

Материал шарика/материал опоры	Радиус пятна контакта, мкм	Глубина внедрения шарика в опору, мкм	Контактный угол, угл. мин.
Ball Material/Support Material	Contact spot radius, μm	Depth of ball penetration into the support, μm	Contact angle, arc minute
Сталь/сталь Steel/steel	54	0,5	31
Сталь/кремний Steel/silicon	59	0,6	34
Сталь/стекло К8 Steel/glass	66	0,7	38

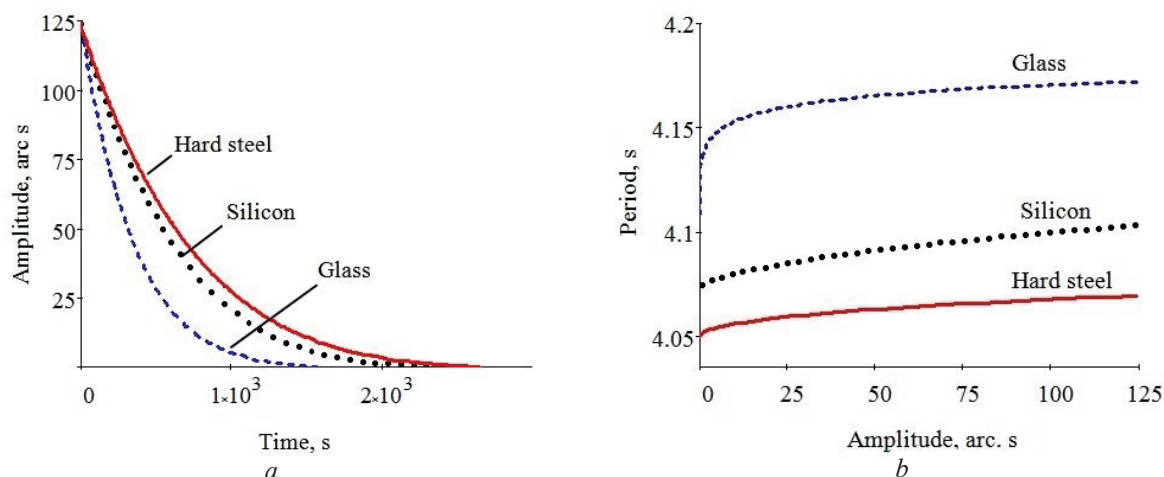


Рисунок 5 – Вид кривых аппроксимации зависимости амплитуды качаний маятника от времени (*a*) согласно формуле (15) и периода качаний маятника от амплитуды (*b*) согласно (17)

Figure 5 – View of the approximation curves of the dependence of the swing amplitude of the pendulum on time (*a*) (15) and the swing period of the pendulum on amplitude (*b*) (17)

Таблица 2 / Table 2

Результаты расчета параметров аппроксимации

Results of calculation of approximation parameters

Параметр трения, (начальная амплитуда 124 угл. с) Friction parameter (initial amplitude 124 ars. sec)	Контактная пара шарик/материал опоры Contact pair ball/support material		
	стекло К8 glass	кремний silicon	сталь ШХ15 steel
$p, 10^{-4}$	37.33	7.06	7.96
b	0.944	0.815	0.847
$c, 10^{-9}$	10.51	3.84	6.61
$\sigma, 10^{-3}$ Дж/м ²	28.9	13.2	27.3
$4A_t, 10^{-15}$ Дж	15.7	45.72	9.86
$4A, 10^{-15}$ Дж	98.6	75.2	64.3
ПА(α)	0.008	0.026	0.035
n	0.092	0.552	0.461
T_0, c	4.071	4.072	4.049
$\gamma, 10^6$ Н/м ²	28.97	290.69	95.46
ПА(T)	0.002	0.002	0.004

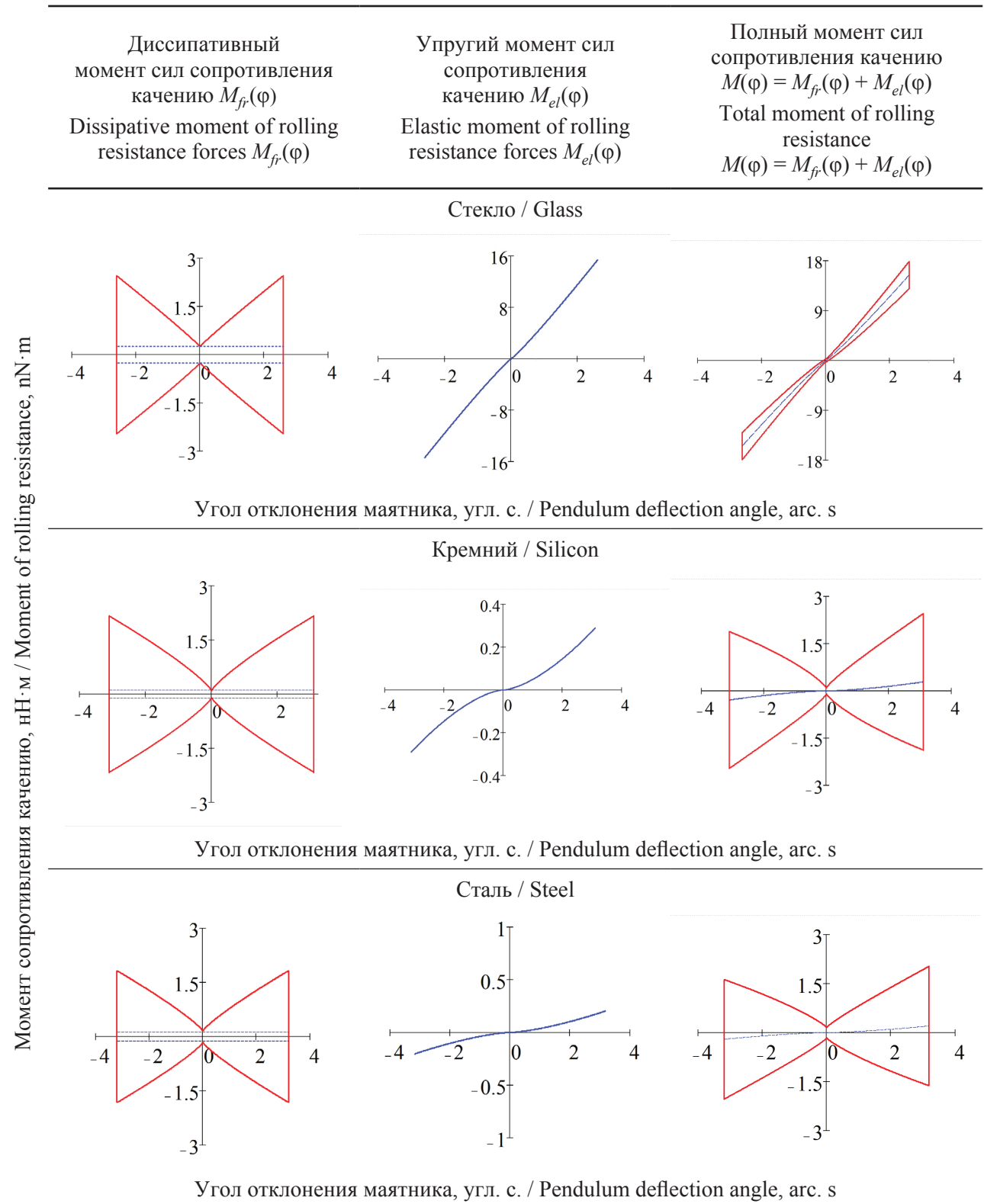
В таблице 3 представлены графики зависимости моментов сил сопротивления качению от угла отклонения маятника в пределах одного цикла качания с амплитудой 3.1 угл. с, построенные по формулам (1), (3) и (12) с учётом значений параметров, полученных путём аппроксимации экспериментальных данных для всех трёх испытываемых материалов. В ней также показаны

результаты расчёта работы диссипативных сил за один полный цикл качаний $4A$ (полная площадь фигур в левой колонке таблицы 3) и работы сил адгезии на отрыв за один полный цикл качаний $4A_t$ (площадь прямоугольника, выделенного пунктирными линиями, см. фигуры в левой колонке таблицы 3), численные данные приведены в таблице 2.

Таблица 3 / Table 3

Графики зависимости моментов сопротивления качению от угла отклонения маятника, построенные по формулам (1), (3) и (12), для начальной амплитуды $\alpha = 3.1$ угл. с

Graphs of the dependence of the rolling resistance moments on the angle of deviation of the pendulum, constructed according- to formulas (1), (3) and (12), for the initial amplitude $\alpha = 3.1$ arc.s



Из данной таблицы наглядно видно, что, в общем случае, момент зависимости сил сопротивления качению является нелинейным, как при действии сил упругости, так и действии сил адгезии, и, кроме того, существует момент трения покоя, определяемый именно адгезионными свойствами поверхностей контактирующих тел.

Заключение

При качении опорного шарика в зоне перемещений, размеры которой существенно меньше размеров пятна контакта – в зоне «*deep-pre-rolling*» (*DPR*), трение качения определяется диссипативным и упругим моментами сил. Диссипативная составляющая включает работу сил адгезии на отрыв и работу против сил частотно независимого внутреннего трения. Упругая составляющая момента сопротивления качению определяется давлением сил адгезии между поверхностями контактирующих тел.

В зоне *DPR* трение качения уменьшается с уменьшением скорости качаний. Эта особенность трения позволяет построить маятниковый прибор с опорой на один шарик со стабильной вертикальной плоскостью качаний. В этом приборе маятник должен иметь форму, при которой горизонтальные моменты инерции существенно отличаются между собой.

В зоне *DPR* существует эффект резкого уменьшения периода качаний маятника при уменьшении амплитуды качаний. При этом момент трения качения также уменьшается и стремится к своему минимальному конечному значению, определяемому работой сил адгезии на отрыв. При исследовании моментов сопротивления качению в зоне *DPR* необходимо проводить измерения зависимости амплитуды качаний от времени качаний и периода качаний маятника от амплитуды.

Разработанный макет прибора и методика измерений впервые позволяют построить простой прибор для прямых измерений с высокой чувствительностью и точностью плотности поверхностной энергии сил адгезии (или поверхностного натяжения) твёрдого тела, параметров внутреннего частотно-независимого трения и давления сил адгезии.

Приложение

Балансировку маятника проводят в два этапа.

1. Балансировка положения центра масс маятника в горизонтальной плоскости:

1.1. Две стеклянные плоскопараллельные призмы (например, по ГОСТ 1121-54) устанавливают одну на другую, так что их плоскости располагаются параллельно кромке цилиндра подъёмного устройства и, используя пузырьковый уровень, с помощью регулировочных винтов площадки, добиваются их горизонтального положения. Верхняя призма должна располагаться на уровне зеркала самого маятника.

1.2. Луч лазера направляют на поверхность призмы, обладающей отражательной способностью. На экране отмечают положение луча лазера, отражённого от этой поверхности (положение А).

1.3. Снимают верхнюю призму.

1.4. Цилиндр подъёмного устройства перемещают вверх на уровень верхней призмы. При этом кромка подъёмного устройства должна быть выставлена горизонтально.

1.5. Кладут маятник на кромку цилиндра подъёмного устройства, так, чтобы шарик маятника не касался нижней призмы.

1.6. Опускают подъёмное устройство вместе с маятником вниз до момента касания шариком маятника нижней призмы.

1.7. Фиксируют положение луча лазера, отражённого от зеркала на экране (положение Б).

1.8. Цилиндр подъёмного устройства перемещают вверх на уровень верхней призмы. Подкручивают балансировочные винты маятника.

1.9. Повторяют пп. 1.6–1.8 до тех пор, пока положение Б луча лазера не совпадет с положением А.

2. Балансировка положения центра масс маятника в вертикальном направлении.

2.1. Устанавливают маятник на плоскопараллельный брусок, выполненный из твёрдого материала, и перемещают этот брусок на горизонтальной поверхности с небольшим ускорением в направлении, перпендикулярном длинной оси маятника.

2.2. Наблюдают направление отклонения маятника в начале движения.

2.3. Подкручивая вертикальные балансировочные грузы маятника, добиваются того, чтобы в начале перемещения бруска маятник сохранял состояние покоя.

Результатом балансировки является совпадение положения центра масс маятника с пятном контакта.

Список использованных источников

1. Cross, R. Coulomb's Law for rolling friction / R. Cross // *Amer. J. Phys.* – 2016. – Vol. 84, no. 3. – P. 221–230. DOI: 10.1119/1.4938149
2. Cherepanov, G.P. The laws of rolling / G.P. Cherepanov // *Physical Mesomechanics*. – 2019. – Vol. 22, no. 3. – P. 242–254.
DOI: 10.1134/S1029959919030093
3. Popov, V.L. Contact mechanics and friction: Physical Principles and Applications / V.L. Popov // Berlin: Springer, Berlin, Heidelberg, 2017. – P. 231–253.
DOI: 10.1007/978-3-662-53081-8
4. Popov, V.L. What does friction really depend on? Robust governing parameters in contact mechanics and friction / V.L. Popov // *Physical Mesomechanics*. – 2016. – Vol. 19, no. 2. – P. 115–122.
DOI: 10.1134/S1029959916020016
5. Bowden, F.P. The friction and lubrication of solids / F.P. Bowden, D. Tabor // New York: Oxford University Press, 1950. – 372 p.
6. Johnson, K.L. Contact mechanics / K.L. Johnson // Cambridge university press, 1987. – 452 p.
DOI: 10.1017/CBO9781139171731
7. Mekid, S. A non-linear model for pre-rolling friction force in precision positioning / S. Mekid // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. – 2004. – Vol. 218, no. 4. – P. 305–312. DOI: 10.1243/1350650041762686
8. Tan, X. Measurement and modeling of dynamic rolling friction in linear microball bearings / X. Tan, A. Modafe, R. Ghodssi // *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. – 2006. – Vol. 128. – P. 891–898. DOI: 10.1115/1.2362786
9. Amthor, A. High precision position control using and adaptive friction compensation approach / A. Amthor, S. Zschaec, C. Ament // *IEEE Transactions on automatic control*. – 2010. – Vol. 55, no. 1. – P. 274–278.
DOI: 10.1109/TAC.2009.2036307
10. Benditkis, R. Comment on rolling resistance / R. Benditkis, D.S. Neculescu // *Technical briefs in J. Tribology*. – 1994. – Vol. 116, no. 3. – P. 658–659.
DOI: 10.1115/1.2928898
11. Van Spengen, W. Merlijn. MEMS reliability from a failure mechanisms perspective / W. Merlijn van Spengen // *Microelectronics Reliability*. – Vol. 43, no. 7. – 2003. – P. 1049–1060.
DOI: 10.1016/S0026-2714(03)00119-7
12. Mekid, S. Dedicated instruments for nano-engineering education: Integrated nano-manipulation and micro-nanomachining / S. Mekid // *International Journal of Mechanical Engineering Education*. – 2019. – P. 0306419019846591.
DOI: 10.1177/0306419019846591
13. Mekid, S. Engineering manipulation at nano-scale: further functional specifications / S. Mekid, S. Bashmal // *Journal of Engineering, Design and Technology*. – 2019. – Vol. 17, no. 3. – P. 572–590.
DOI: 10.1108/JEDT-09-2018-0165
14. Szoszkiewicz, R. Adhesion hysteresis and friction at nanometer and micrometer length / R. Szoszkiewicz [et al.] // *Journal of applied physics*. – 2006. – Vol. 99, iss. 1 – P. 1–7. DOI: 10.1063/1.2159081
15. Белый, В.А. Адгезия полимеров к металлам // В.А. Белый [и др.]. – Минск: Наука и техника. – 1971. – 228 с.
16. Менделеев, Д.И. Опытное исследование колебания весов и возобновление прототипа или основной образцовой русской меры массы в 1893-1898 гг. / Д.И. Менделеев. С предисл. М.А. Шателена. – Л. Гос. науч.-техн. изд-во, Ленхимсектор, 1931. – 302 с.
17. Herbert, E.G. Some Recent developments in hardness testing / E.G. Herbert // *The Engineer*. – 1923. – Vol. 135. – P. 686–687.
18. Halama, R. Mechanics of Herbert Pendulum Hardness Tester and its Application / R. Halama [et al.] // *Key Engineering Materials*. – Trans Tech Publications Ltd, 2017. – Vol. 741. – P. 122–127.
DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.741.122
19. Matsubara, M. Improved Herbert hardness tester / M. Matsubara, K. Sakamoto // *Experimental Techniques*. – 2012. – Vol. 36, no. 3. – P. 73–76.
DOI: 10.1111/j.1747-1567.2011.00736.x
20. Suzuki, R. Hardness Measurement for Metals Using Lightweight Herbert Pendulum Hardness Tester With Cylindrical Indenter / R. Suzuki [et al.] // *Experimental Techniques*. – 2016. – Vol. 40, no. 2. – P. 795–802. DOI: 10.1111/ext.12121
21. Кузнецов, В.Д. Физика твердого тела: в 5 т / В.Д. Кузнецов. – Томск: Красное знамя, 1937–1949. – Т. 1 / Сост. при участии В.А. Жданова, Н.Ф. Кунина, Д.Д. Саратовкина. – 1937. – С. 448–480.
22. Tomlinson, G.A. CVI. A molecular theory of friction / G.A. Tomlinson // *The London, Edinburgh, and Dublin philosophical magazine and journal of science*. – 1929. – Vol. 7, no. 46. – P. 905–939.
DOI: 10.1080/14786440608564819
23. Gilavdary, I. Micro-slippage effects in pre-rolling induced by a disturbed and undisturbed pendulum with spherical supports / I. Gilavdary [et al.] // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. – 2014. – Vol. 228, no. 1. – P. 46–52.
DOI: 10.1177/1350650113498230
24. Gilavdary, I. A new theory on pure pre-rolling resistance through pendulum oscillations / I. Gilavdary [et al.] // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. –

2013. – Vol. 227, no. 6. – P. 618–628.

DOI: 10.1177/1350650112465516

25. Ковалев, А.В. Феноменологическая модель адгезионного контакта / А.В. Ковалев, И.Н. Ковалева, Н.К. Мышкин // Трение и износ. – 2005. – Т. 26, № 6. – С. 575–585.

26. Григорьев, А.Я. Измерение контактной адгезии и аттракционного взаимодействия технических поверхностей / А.Я. Григорьев [и др.] // Трение и износ. – 2003. – Т. 24, № 4. – С. 405–412.

References

1. Cross R. Coulomb's Law for rolling friction. *Amer. J. Phys.*, 2016, vol. 84, no. 3, pp. 221–230.

DOI: 10.1119/1.4938149

2. Cherepanov G.P. The laws of rolling. *Physical Mesomechanics*, 2019, vol. 22, no. 3, pp. 242–254.

DOI: 10.1134/S1029959919030093

3. Popov V.L. Contact mechanics and friction: Physical Principles and Applications. Berlin: Springer, Berlin, Heidelberg, 2017, pp. 231–253.

DOI: 10.1007/978-3-662-53081-8

4. Popov V.L. What does friction really depend on? Robust governing parameters in contact mechanics and friction. *Physical Mesomechanics*, 2016, vol. 19, no. 2, pp. 115–122.

DOI: 10.1134/S1029959916020016

5. Bowden F.P., Tabor D. The friction and lubrication of solids. New York: Oxford University Press, 1950, 372 p.

6. Johnson K.L. Contact mechanics. Cambridge university press, 1987, 452 p.

DOI: 10.1017/CBO9781139171731

7. Mekid S. A non-linear model for pre-rolling friction force in precision positioning. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: *Journal of Engineering Tribology*, 2004, vol. 218, no. 4, pp. 305–312. **DOI:** 10.1243/1350650041762686

8. Tan X., Modafe A., Ghodssi R. Measurement and modeling of dynamic rolling friction in linear microball bearings. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2006, vol. 128, pp. 891–898.

DOI: 10.1115/1.2362786

9. Amthor A., Zschaecck S., Ament C. High precision position control using and adaptive friction compensation approach. *IEEE Transactions on automatic control*, 2010, vol. 55, no. 1, pp. 274–278.

DOI: 10.1109/TAC.2009.2036307

10. Benditkis R., Neculescu D.S. Comment on rolling resistance. *Technical briefs in J. Tribology*, 1994, vol. 116, no. 3, pp. 658–659.

DOI: 10.1115/1.2928898

11. Van Spengen W. Merlijn. MEMS reliability from a failure mechanisms perspective. *Microelectronics*

Reliability, vol. 43, no. 7, 2003, pp. 1049–1060.

DOI: 10.1016/S0026-2714(03)00119-7

12. Mekid S. Dedicated instruments for nano-engineering education: Integrated nano-manipulation and micro-nanomachining. *International Journal of Mechanical Engineering Education*, 2019, p. 0306419019846591.

DOI: 10.1177/0306419019846591

13. Mekid S., Bashmal S. Engineering manipulation at nano-scale: further functional specifications. *Journal of Engineering, Design and Technology*, 2019, vol. 17, no. 3, pp. 572–590. **DOI:** 10.1108/JEDT-09-2018-0165

14. Szoszkiewicz R., Bhushan B., Huey B.D., Kulik A.J., Gremaud G. Adhesion hysteresis and friction at nanometer and micrometer length. *Journal of applied physics*, 2006, vol. 99, iss. 1, pp. 1–7.

DOI: 10.1063/1.2159081

15. Belyiy V.A., Egorenkov N.I., Pleskachevskiy Y.M. *Adgeziya polimerov k metallam* [Adhesion of polymers to metals]. Minsk: Nauka i tehnika Publ., 1971, 228 p.

16. Mendelev D.I. *Opytnoe issledovanie kolebaniya vesov i vozobnovlenie prototipa ili osnovnoj obrazcovoy russkoy mery massy v 1893-1898 gg.* [Experimental research: weight change and the renewal of the prototype or the main exemplary Russian measure of mass in 1893-1898], *L. Gos. nauch.-tekhn. izd-vo*, Lenhimsektor, 1931, 302 p.

17. Herbert E.G. Some Recent developments in hardness testing. *The Engineer*, 1923, vol. 135, pp. 686–687.

18. Halama R., Podešva J., Suzuki R., Matsubara M., Čech R. Mechanics of Herbert Pendulum Hardness Tester and its Application. Key Engineering Materials. *Trans Tech Publications Ltd*, 2017, vol. 741, pp. 122–127. **DOI:** 10.4028/www.scientific.net/KEM.741.122

19. Matsubara M., Sakamoto K. Improved Herbert hardness tester. *Experimental Techniques*, 2012, vol. 36, no. 3, pp. 73–76.

DOI: 10.1111/j.1747-1567.2011.00736.x

20. Suzuki R., Kaburagi T., Matsubara M., Tashiro T., Koyama T. Hardness Measurement for Metals Using Lightweight Herbert Pendulum Hardness Tester With Cylindrical Indenter. *Experimental Techniques*, 2016, vol. 40, no. 2, pp. 795–802.

DOI: 10.1111/ext.12121

21. Kuznecov V.D. *Fizika tverdogo tela* [Solid state physics: 5 vol.]. Tomsk: Krasnoe znamya Publ., 1937-1949, vol. 1, 1937, pp. 448–480 (in Russian).

22. Tomlinson G.A. CVI. A molecular theory of friction. *The London, Edinburgh, and Dublin philosophical magazine and journal of science*, 1929, vol. 7, no. 46, pp. 905–939.

DOI: 10.1080/14786440608564819

23. Gilavdary I., Mekid S., Riznookaya N. Microslippage effects in pre-rolling induced by a disturbed and undisturbed pendulum with spherical supports. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2014, vol. 228, no. 1, pp. 46–52.
DOI: 10.1177/1350650113498230

24. Gilavdary I., Mekid S., Riznookaya N. A new theory on pure pre-rolling resistance through pendulum oscillations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2013, vol. 227, no. 6, pp. 618–628.
DOI: 10.1177/1350650112465516