

УДК 537.533.2; 621.38-022.532

## Модель автоэлектронной эмиссии из торца плоского графена в вакуум

Н.А. Поклонский, А.И. Сягло, С.А. Вырко, С.В. Раткевич, А.Т. Власов

Белорусский государственный университет,  
пр-т Независимости, 4, г. Минск 220030, Беларусь

Поступила 03.01.2019

Принята к печати 28.02.2019

Наноструктуры на основе графеновых лент являются перспективными материалами для использования в качестве эмиттеров электронов.

Цель работы – исследовать автоэлектронную эмиссию электронов из торца одиночной графеновой плоскости.

В квазиклассическом приближении разработана модель автоэлектронной эмиссии из торца прямоугольного графенового листа.

Рассчитана плотность тока автоэлектронной эмиссии в вакуум из торца плоского графенового листа в зависимости от величины напряженности тянущего электрического поля.

Проведен анализ и сравнение предельных токов эмиссии из графена и из объемных систем.

Результаты работы могут быть использованы при разработке автоэлектронных катодов на основе графена.

**Ключевые слова:** плоский графен, напряженность электрического поля, автоэмиссионный ток

**DOI:** 10.21122/2220-9506-2019-10-1-61-68

---

**Адрес для переписки:**

Н.А. Поклонский  
Белорусский государственный университет,  
пр-т Независимости, 4, г. Минск 220030, Беларусь  
e-mail: poklonski@bsu.by; poklonski@tut.by

**Address for correspondence:**

N.A. Poklonski  
Belarusian State University,  
Nezavisimosti Ave., 4, Minsk 220030, Belarus  
e-mail: poklonski@bsu.by; poklonski@tut.by

---

**Для цитирования:**

Н.А. Поклонский, А.И. Сягло, С.А. Вырко, С.В. Раткевич, А.Т. Власов.  
Модель автоэлектронной эмиссии из торца  
плоского графена в вакуум.  
Приборы и методы измерений.  
2019. – Т. 10, № 1. – С. 61–68.  
**DOI:** 10.21122/2220-9506-2019-10-1-61-68

---

**For citation:**

N.A. Poklonski, A.I. Siahlo, S.A. Vyrko, S.V. Ratkevich, A.T. Vlassov.  
[Model of Field Electron Emission from the Edge  
of Flat Graphene into Vacuum].  
Devices and Methods of Measurements.  
2019, vol. 10, no. 1, pp. 61–68 (in Russian).  
**DOI:** 10.21122/2220-9506-2019-10-1-61-68

# Model of Field Electron Emission from the Edge of Flat Graphene into Vacuum

N.A. Poklonski, A.I. Siahlo, S.A. Vyrko, S.V. Ratkevich, A.T. Vlassov

Belarusian State University,  
Nezavisimosti Ave., 4, Minsk 220030, Belarus

Received 03.01.2019

Accepted for publication 28.02.2019

## Abstract

Graphene-based nanostructures are the promising materials for applications as electron emitters.

The aim of the work is to study the field electron emission from the edge of a single graphene plane.

In the semi-classical approximation, a model of field electron emission from the edge of a rectangular graphene sheet has been developed.

The current density of field electron emission into vacuum from the edge of a flat graphene sheet was calculated depending on the magnitude of the pulling electric field strength.

The analysis and comparison of limiting emission currents from graphene and from bulk systems have been carried out.

The results of the work can be used in the development of graphene-based field effect cathodes.

**Keywords:** flat graphene, electric field strength, field emission current.

**DOI:** 10.21122/2220-9506-2019-10-1-61-68

---

### Адрес для переписки:

Н.А. Поклонский  
Белорусский государственный университет,  
пр-т Независимости, 4, г. Минск 220030, Беларусь  
e-mail: poklonski@bsu.by; poklonski@tut.by

### Address for correspondence:

N.A. Poklonski  
Belarusian State University,  
Nezavisimosti Ave., 4, Minsk 220030, Belarus  
e-mail: poklonski@bsu.by; poklonski@tut.by

### Для цитирования:

Н.А. Поклонский, А.И. Сягло, С.А. Вырко, С.В. Раткевич, А.Т. Власов.  
Модель автоэлектронной эмиссии из торца  
плоского графена в вакуум.  
Приборы и методы измерений.  
2019. – Т. 10, № 1. – С. 61–68.  
**DOI:** 10.21122/2220-9506-2019-10-1-61-68

### For citation:

N.A. Poklonski, A.I. Siahlo, S.A. Vyrko, S.V. Ratkevich, A.T. Vlassov.  
[Model of Field Electron Emission from the Edge  
of Flat Graphene into Vacuum].  
Devices and Methods of Measurements.  
2019, vol. 10, no. 1, pp. 61–68 (in Russian).  
**DOI:** 10.21122/2220-9506-2019-10-1-61-68

## Введение

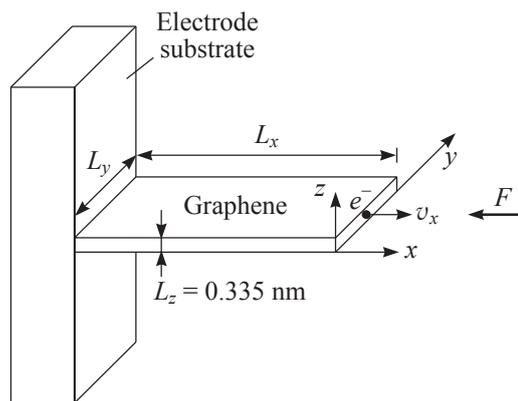
Графен и углеродные нанотрубки исследуются теоретически и экспериментально с целью применения в электромеханике, фотонике и спинтронике [1, 2]. В частности, низкоразмерные системы на основе графеновых лент [3] и массивов нанотрубок [4] являются перспективными материалами для эмиссионной электроники [5, 6].

Эффекты эмиссии электронов под действием внешнего электрического поля находят применение в приборах, сочетающих преимущества полупроводниковой планарной технологии и электровакуумных приборов [7]. Электронная эмиссия применяется в сканирующей электронной микроскопии [8], позволяющей получить детализированную информацию о приповерхностной структуре (строении) исследуемых материалов.

Экспериментально исследовалась [9] автоэлектронная эмиссия из торца графена, нанесенного на кварцевую подложку. Изготовлены автоэмиссионные катоды из карбида кремния, покрытого слоем графена [10] и нитевидных кристаллов кремния, покрытых частицами алмаза [11]. В работе [12] сообщается о катодах на основе пленок микрокристаллического углерода, полученных методом плазменного газофазного осаждения. Используя кристаллографические предпосылки для согласования структур с разными периодами кристаллической решетки, в работе [13] на монокристалле алмаза были выращены слои графена, перпендикулярные поверхности (111) алмаза.

Проводятся теоретические исследования полевой эмиссии электронов из тонких пленок с учетом эффектов размерного квантования [14–16]. Показано, что квантоворазмерные эффекты ведут к немонотонной зависимости глубины проникновения внешнего стационарного электрического поля в пленку от ее толщины. Отмечается, что при некоторых толщинах, являющихся характеристическими для материала пленки, эмиссионный ток из пленочного катода, при прочих равных условиях, будет больше, чем из объемного материала. Однако простые аналитические соотношения для оценки плотности эмиссионного тока электронов из кристаллических пленок толщиной в один атом не представлены.

Цель работы – исследовать автоэлектронную эмиссию электронов из торца графеновой плоскости в конфигурации, показанной на рисунке 1.



**Рисунок 1** – Схема автоэлектронного эмиттера на основе слоя графена, выращенного перпендикулярно подложке (пояснения см. в тексте)

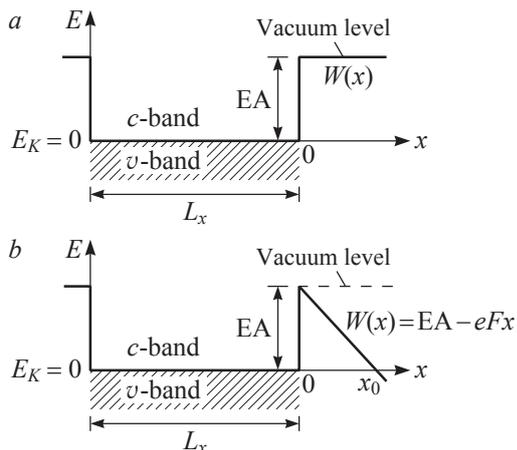
**Figure 1** – Scheme of electron field emitter in the form of graphene layer grown perpendicular to the substrate (for explanations, see the text)

## Потенциальная энергия электронов графена во внешнем электрическом поле

Рассматривается эмиссия  $\pi$ -электронов из торца графенового слоя под действием внешнего электрического поля напряженностью  $F$ . Рассмотрим прямоугольный лист графена с линейными размерами  $L_x$  и  $L_y$ , существенно превышающими параметр решетки графена  $a = \sqrt{3}a_{CC} = 0,246$  нм. Потенциальная энергия  $W(x)$  электрона проводимости (рисунок 2а) в пределах графенового листа ( $-L_x < x < 0$ ) равна энергии электрона в  $K$ -точке (примем  $E_K = 0$ ) и энергии сродства электрона к вакууму (работа выхода)  $E_A$  за пределами графенового листа ( $x < -L_x$  и  $x > 0$ ). Зависимостью электрических свойств края графена от хиральности («зигзаг» или «кресло») пренебрегаем.

Поместим лист графена во внешнее постоянное электрическое поле  $F$ , направленное вдоль координатной оси  $x$ .

Полагаем, что потенциальная энергия электрона  $W(x)$  слабо меняется внутри слоя графена и спадает за пределами слоя графена со стороны вакуума (рисунок 2b), т. е. потенциальная энергия электрона равна  $E_A$  при  $x = -L_x$ , резко спадает на величину  $E_A$  на границе слоя графена ( $x = -L_x$ ), равна нулю внутри слоя графена, резко увеличивается на величину  $E_A$  на границе слоя графена ( $x = 0$ ), спадает по закону  $E_A - eFx$  за пределами слоя графена ( $x > 0$ ). Зависимость потенциальной энергии электрона  $W(x)$  от координаты  $x$  показана на рисунке 2b.



**Рисунок 2** – Энергетическая структура графенового листа и потенциальная энергия  $\pi$ -электрона  $W(x)$  в графеновом листе в отсутствие внешнего электрического поля (a) и во внешнем стационарном электрическом поле напряженностью  $F > 0$  (b). Состояния  $v$ -зоны графена, заполненные электронами, заштрихованы

**Figure 2** – Energy band structure of the graphene sheet and the potential energy of the  $\pi$ -electron  $W(x)$  in the graphene sheet in the absence of an external electric field (a) and in an external stationary electric field of strength  $F > 0$  (b). The states of  $v$ -band of the graphene filled with electrons are hatched

Формула для потенциальной энергии электрона в слое графена:

$$W(x) = \begin{cases} EA & (x \leq -L_x), \\ 0 & (-L_x < x < 0), \\ EA - eFx & (x \geq 0), \end{cases} \quad (1)$$

где  $F$  — напряженность внешнего электрического поля, в котором находится графен. По [12] для автоэлектронной эмиссии из углеродных материалов типичное значение  $F \approx 3 \cdot 10^7$  В/см.

### Скорость $\pi$ -электрона в графене

Для расчета тока автоэлектронной эмиссии необходимо знать скорости  $\pi$ -электронов внутри графенового листа. Компоненты скорости электрона в графене выражаются из закона дисперсии в виде [17]:

$$v_x = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial k_x} E(k_x, k_y), \quad v_y = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial k_y} E(k_x, k_y), \quad (2)$$

где  $k_x$  и  $k_y$  — компоненты квазиволнового вектора  $\pi$ -электрона,  $E(k_x, k_y)$  — энергия  $\pi$ -электрона в графене (см. рисунок 3с).

На рисунке 3 показаны прямая (a) и обрат-

ная (b) решетки графена. Элементарные векторы трансляций  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$  равны по абсолютной величине  $a = |\mathbf{a}_1| = |\mathbf{a}_2| = \sqrt{3}a_{CC} = 0,246$  нм и образуют ромбическую элементарную ячейку [1], обозначенную штриховой линией. Первая зона Бриллюэна представляет собой гексагон, стороны которого расположены на расстоянии  $2\pi/\sqrt{3}a$  от центра зоны Бриллюэна в точке  $\Gamma$  ( $k_x = 0, k_y = 0$ ). Векторы  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$ , обратные к векторам  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$  прямой решетки, равны по абсолютной величине  $|\mathbf{k}_1| = |\mathbf{k}_2| = 4\pi/\sqrt{3}a = 29,5$  нм<sup>-1</sup> и образуют ромбическую элементарную ячейку в обратном пространстве, равную по площади первой зоне Бриллюэна.

Закон дисперсии в графене вблизи  $K$ -точек 1-й зоны Бриллюэна имеет вид [18]:

$$E(k_x, k_y) = \gamma \frac{a\sqrt{3}}{2} \sqrt{(k_x - K_x)^2 + (k_y - K_y)^2}, \quad (3)$$

где  $\gamma = 2,8$  эВ — интеграл перекрытия волновых функций двух  $\pi$ -электронов на соседних атомах углерода,  $K_x$  и  $K_y$  — проекции квазиволнового вектора  $\pi$ -электрона на оси  $k_x$  и  $k_y$  в  $K$ -точке.

Из (2) и (3) следует выражение для проекций скорости электрона на оси  $x$  и  $y$ :

$$v_{x(y)} = \frac{\gamma a\sqrt{3}}{\hbar} \frac{k_{x(y)} - K_{x(y)}}{\sqrt{(k_x - K_x)^2 + (k_y - K_y)^2}}. \quad (4)$$

Модуль скорости электрона вблизи  $K$ -точки не зависит от его энергии и волнового вектора. Действительно, из (4) находим, что электроны с энергией  $E = E(k_x, k_y)$  обладают скоростью, равной по абсолютной величине

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \frac{\gamma a\sqrt{3}}{\hbar} \approx 9 \cdot 10^5 \text{ м/с}. \quad (5)$$

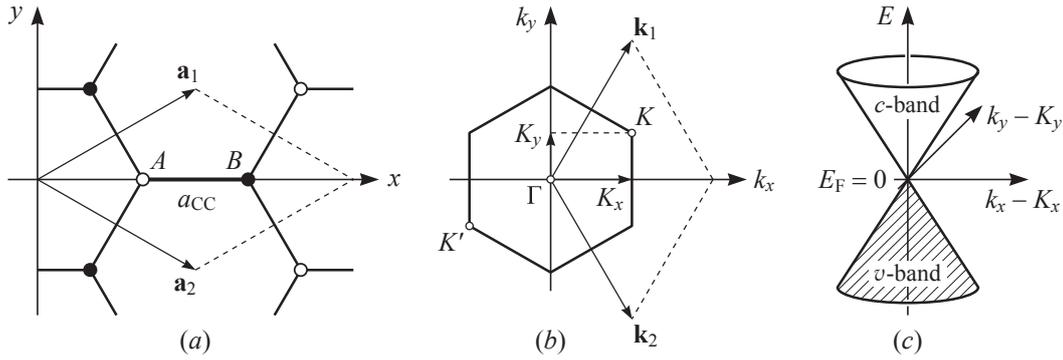
Отметим, что вектор скорости  $\pi$ -электрона может быть направлен в произвольном направлении в плоскости графена.

### Эмиссионный ток электронов из торца графенового листа

Плотность тока автоэлектронной эмиссии вдоль оси  $x$ , создаваемая  $\pi$ -электронами со скоростью  $v_x$  и энергией от  $E$  до  $E + dE$ , имеет вид

$$dJ_x(E, v_x) = e \frac{g_{2d}(E)}{L_z} v_x D(E) dE, \quad (6)$$

где  $g_{2d}(E)$  — двумерная плотность состояний электронов в графене,  $L_z = 0,335$  нм — толщина монослоя графена — расстояние между плоскостя-



**Рисунок 3** – Решетка графена в прямом (а) и обратном (б) пространствах. Штриховой линией отмечена ромбическая элементарная ячейка. Показаны неэквивалентные атомы углерода  $A$  и  $B$ , элементарные векторы трансляций в прямом пространстве ( $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$ ) и в пространстве квазиволновых векторов ( $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$ ),  $a_{CC} = 0,142$  нм – длина связи между атомами углерода,  $K$  и  $K'$  – две неэквивалентные точки на границе зоны Бриллюэна,  $\Gamma$  – центр первой зоны Бриллюэна. Одноэлектронная зонная диаграмма  $E(k_x - K_x, k_y - K_y) \equiv E(k_x, k_y) \equiv E$  графена вблизи  $K$ -точки зоны Бриллюэна (с):  $E_F$  – уровень Ферми, заполненные  $\nu$ -электроны состояния  $\nu$ -зоны заштрихованы

**Figure 3** – Graphene lattice in direct (a) and reciprocal (b) spaces. The dashed line indicates the rhombic elementary unit cell. There are shown non-equivalent carbon atoms  $A$  and  $B$ , the elementary translation vectors in direct space ( $\mathbf{a}_1$  and  $\mathbf{a}_2$ ) and in the space of quasi-wave vectors ( $\mathbf{k}_1$  and  $\mathbf{k}_2$ ),  $a_{CC} = 0.142$  nm is the bond length between carbon atoms,  $K$  and  $K'$  are two nonequivalent points on the Brillouin zone boundary,  $\Gamma$  is the center of the first Brillouin zone. Single-electron band diagram  $E(k_x - K_x, k_y - K_y) \equiv E(k_x, k_y) \equiv E$  of graphene near the  $K$ -point of the Brillouin zone (c):  $E_F$  is the Fermi level, the states of the  $\nu$ -band occupied by  $\pi$ -electrons are hatched

ми графита,  $D(E)$  – прозрачность потенциально-го барьера для электрона на границе с вакуумом,  $E = E(k_x, k_y)$  – энергия  $\pi$ -электрона в графене.

Двумерная плотность состояний электронов в графене дается выражением [19]:

$$g_{2d}(E) = \frac{g_s g_v |E|}{2\pi \hbar^2 v^2} = \frac{8|E|}{3\pi \gamma^2 a^2}, \quad (7)$$

где  $g_s = g_v = 2$  – факторы, учитывающие вырождение по спину и наличие двух неэквивалентных долин в зоне Бриллюэна (в точках  $K$  и  $K'$ ).

В эмиссионном токе  $J_x$  из торца листа графена участвуют электроны со скоростями, направленными вдоль оси  $x$  (рисунок 1). Для получения полного тока электронов с энергией в интервале  $(E, E + dE)$  необходимо сложить проекции скоростей всех электронов на ось  $x$ , т. е. проинтегрировать (6) по направлениям скоростей электронов:

$$\begin{aligned} dJ_x(E) &= e \frac{g_{2d}(E)}{L_z} D(E) \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} v \cos \varphi d\varphi}{\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi} dE = \\ &= \frac{ev}{\pi L_z} g_{2d}(E) D(E) dE = \\ &= \frac{4e}{\sqrt{3}\pi^2 \gamma \hbar a L_z} |E| D(E) dE, \end{aligned} \quad (8)$$

где интегрирование по  $\varphi$  проводится по углам направления движения электрона  $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ ,  $v \cos \varphi$  – проекция скорости электрона на ось  $x$ .

Прозрачность потенциального барьера для электрона  $c$ -зоны графена в квазиклассическом приближении имеет вид (см., например, [20, 21]):

$$D(E) = \exp \left[ -\frac{2}{\hbar} \int_0^{x_t(E)} \sqrt{2m_e [W(x) - E]} dx \right], \quad (9)$$

где  $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$  кг – масса электрона в вакууме,  $x_t(E) = (EA - E)/eF$  – координата, при которой  $W(x_t) = E$ ,  $x_t(E_K) = x_0$  (см. рисунок 2b).

Подставляя формулу (1) для потенциальной энергии в (9) и вычисляя интеграл, получаем:

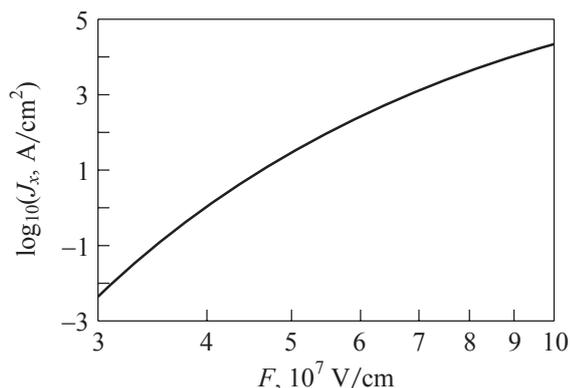
$$\begin{aligned} D(E) &= \exp \left[ -\frac{2}{\hbar} \int_0^{(EA-E)/eF} \sqrt{2m_e (EA - eFx - E)} dx \right] = \\ &= \exp \left( -\frac{4\sqrt{2m_e} (EA - E)^{3/2}}{3\hbar eF} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Плотность туннельного тока получается после интегрирования выражения (8) с учетом (10) по энергии от  $E = 0$  до  $E = EA$  с учетом максвелловского распределения электронов по энергии:

$$J_x = \frac{4e}{\sqrt{3}\pi^2 \gamma \hbar a L_z} \int_0^{EA} E D(E) \exp \left( -\frac{E}{k_B T} \right) dE, \quad (11)$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура.

Заметим, что формулу (11) можно упростить, полагая энергию электрона в формуле (10) для



**Рисунок 4** – Плотность тока автоэлектронной эмиссии  $J_x$  из торца монослоя графена, рассчитанная по формуле (11), в зависимости от напряженности приложенного электрического поля  $F$  при температуре  $T = 300$  К

**Figure 4** – Current density of field emission  $J_x$  from the edge of the graphene monolayer, calculated by the formula (11), depending on the applied electric field strength  $F$  at the temperature  $T = 300$  K

прозрачности барьера  $D(E)$  равной средней тепловой энергии  $E \approx 3k_B T/2$ . Это дает:

$$J_x \approx \frac{4e(k_B T)^2}{\sqrt{3}\pi^2 \gamma \hbar a L_z} \exp\left(-\frac{4\sqrt{2m_e}(EA - 1,5k_B T)^{3/2}}{3\hbar e F}\right).$$

Из этой формулы следует, что плотность тока автоэлектронной эмиссии экспоненциально зависит от обратной величины напряженности электрического поля  $F$  и не зависит от площади  $L_x L_y$  полоски графена.

Рассчитаем плотность тока эмиссии из чистого листа графена с работой выхода  $EA = 4,6$  эВ [22]. Для температуры  $T = 300$  К, толщины полоски графена  $L_z = 0,335$  нм и электрического поля  $F = 5 \cdot 10^7$  В/см плотность тока эмиссии  $J_x$  по формуле (11) равна  $29,3$  А/см<sup>2</sup>. Плотность тока эмиссии из торца графена в зависимости от приложенного электрического поля  $F$  показана на рисунке 4.

Падение напряжения в слое графена  $U_{gr}$  можно оценить по формуле  $U_{gr} = RI_x$ , где  $R$  – сопротивление графена, а  $I_x = J_x L_y L_z$  – сила тока автоэлектронной эмиссии в направлении оси  $x$ . При напряженности поля  $F$  от  $3 \cdot 10^7$  до  $1 \cdot 10^8$  В/м сила автоэмиссионного тока  $I_x$  изменяется от  $0,15$  пА до  $0,74$  мкА. По оценкам [23] электрическое сопротивление плоского листа графена размерами  $10 \times 10$  мкм<sup>2</sup> на постоянном токе равно  $R = 10$  Ом. При таком значении сопротивления величина  $U_{gr}$  оказывается очень малой ( $1,5$  пВ  $< U_{gr} < 7,4$  мкВ), так что допущение, что падение напряжения на

листе графена много меньше потенциала, соответствующего работе выхода ( $U_{gr} \ll EA/e$ ), оправдано.

Максимальная плотность тока автоэлектронной эмиссии при  $T = 300$  К, рассчитанная по формуле (11) при прозрачности барьера  $D(E) = 1$ , равна  $J_{x,max} = ev k_B T g_{2d}(k_B T) / \pi L_z = 1,6 \cdot 10^7$  А/см<sup>2</sup>. Отметим, что величина максимально достижимой плотности автоэмиссионного тока из объемных металлов составляет  $10^{11}$  А/см<sup>2</sup> [24]. Однако из-за тепловыделения реальные значения плотности тока из объемных материалов имеют величину порядка  $10^7$  А/см<sup>2</sup> [25]. Предельное значение плотности тока  $10^{11}$  А/см<sup>2</sup> было достигнуто только в опытах с острями малых размеров, примерно 1–3 нм (см., например, [24]).

## Заключение

В квазиклассическом приближении разработана теоретическая модель автоэлектронной эмиссии из торца прямоугольного графенового листа. Проведен анализ и сравнение предельных токов эмиссии из графена и объемных систем. Показано, что плотность тока автоэлектронной эмиссии из торца графенового листа нелинейно зависит от напряженности внешнего электрического поля.

## Благодарности

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант № Ф18Р-253) и Государственной программы научных исследований Республики Беларусь «Конвергенция-2020».

## Список использованных источников

1. Poklonski, N.A. Synergy of physical properties of low-dimensional carbon-based systems for nanoscale device design / N.A. Poklonski [et al.] // Mater. Res. Express. – 2019. – Vol. 6, № 4. – P. 042002 (25 pp.). DOI: 10.1088/2053-1591/aafb1c
2. Ратников, П.В. Двумерная графеновая электроника: современное состояние и перспективы / П.В. Ратников, А.П. Силин // УФН. – 2018. – Т. 188, № 12. – С. 1249–1287. DOI: 10.3367/UFN.2017.11.038231
3. Чернотатонский, Л.А. Новые наноструктуры на основе графена: физико-химические свойства и приложения / Л.А. Чернотатонский, П.Б. Сорокин,

- А.А. Артюх // Успехи химии. – 2014. – Т. 83, № 3. – С. 251–279.
4. Елецкий, А.В. Холодные полевые эмиттеры на основе углеродных нанотрубок / А.В. Елецкий // УФН. – 2010. – Т. 180, № 9. – С. 897–930.  
**DOI:** 10.3367/UFNr.0180.201009a.0897
5. Гуляев, Ю.В. Новые решения для создания перспективных приборов на основе низковольтной полевой эмиссии углеродных наноразмерных структур / Ю.В. Гуляев [и др.] // Письма в ЖТФ. – 2013. – Т. 39, № 11. – С. 63–70.
6. Chen, L. Graphene field emitters: A review of fabrication, characterization and properties / L. Chen, H. Yu, J. Zhong, L. Song, J. Wu, W. Su // Mater. Sci. Eng. B. – 2017. – Vol. 220. – P. 44–58.  
**DOI:** 10.1016/j.mseb.2017.03.007
7. Han, J.-W. Vacuum nanoelectronics: Back to the future? – Gate insulated nanoscale vacuum channel transistor / J.-W. Han, J.S. Oh, M. Meyauppan // Appl. Phys. Lett. – 2012. – Vol. 100, № 21. – P. 213505 (4 pp.).  
**DOI:** 10.1063/1.4717751
8. Bell, L.D. Ballistic electron emission microscopy and spectroscopy: Recent results and related techniques / L.D. Bell // J. Vac. Sci. Technol. B. – 2016. – Vol. 34, № 4. – P. 040801 (27 pp.). **DOI:** 10.1116/1.4959103
9. Kleshch, V.I. Edge field emission of large-area single layer graphene / V.I. Kleshch, D.A. Bandurin, A.S. Orekhov, S.T. Purcell, A.N. Obraztsov // Appl. Surf. Sci. – 2015. – Vol. 357. – P. 1967–1974.  
**DOI:** 10.1016/j.apsusc.2015.09.160
10. Конакова, Р.В. Характеризация автоэмиссионных катодов на основе пленок графена на SiC / Р.В. Конакова [и др.] // ФТП. – 2015. – Т. 49, № 9. – С. 1278–1281.
11. Гиваргизов, Е.И. Автоэммиттеры на основе кремниевых острий, покрытых алмазом / Е.И. Гиваргизов // Микроэлектроника. – 1997. – Т. 26, № 2. – С. 102–106.
12. Рахимов, А.Т. Автоэмиссионные катоды (холодные эмиттеры) на нанокристаллических углеродных и наноалмазных пленках (физика, технология, применение) / А.Т. Рахимов // УФН. – 2000. – Т. 170, № 9. – С. 996–999. **DOI:** 10.3367/UFNr.0170.200009f.0996
13. Lee, J.-K. The growth of AA graphite on (111) diamond / J.-K. Lee, S.-C. Lee, J.-P. Ahn, S.-C. Kim, J.I.B. Wilson, P. John // J. Chem. Phys. – 2008. – Vol. 129, № 23. – P. 234709 (4 pp.). **DOI:** 10.1063/1.2975333
14. Majumdar, C. Effect of size quantization on field emission from ultrathin films of degenerate wide-gap semiconductors / C. Majumdar, M.K. Bose, A.B. Maity, A.N. Chakravarti // Phys. Status Solidi B. – 1987. – Vol. 141, № 2. – P. 435–439. **DOI:** 10.1002/pssb.2221410210
15. П'ченко, Л.Г. Electron field emission (FE) from quantum size systems / Л.Г. П'ченко, Yu.V. Kryuchenko, V.G. Litovchenko // Appl. Surf. Sci. – 1995. – Vol. 87/88. – P. 53–60. **DOI:** 10.1016/0169-4332(94)00531-1
16. Poklonski, N.A. Field emission from 2D layer / N.A. Poklonski, S.L. Podenok, S.A. Vyrko // Physics, Chemistry and Application of Nanostructures: Reviews and Short Notes to Nanomeeting-2005, Minsk, 24–27 May 2005 / Ed. by V.E. Borisenko, S.V. Gaponenko, V.S. Gurin. – Singapore : World Scientific, 2005. – P. 144–147.  
**DOI:** 10.1142/9789812701947\_0029
17. Ландау, Л.Д. Курс теоретической физики: в 10 т. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – Т. 3 : Квантовая механика (нерелятивистская теория). – М. : Физматлит, 2004. – 800 с.
18. Castro Neto, A.H. The electronic properties of graphene / A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim // Rev. Mod. Phys. – 2009. – Vol. 81, № 1. – P. 109–162.  
**DOI:** 10.1103/RevModPhys.81.109
19. Fang, T. Carrier statistics and quantum capacitance of graphene sheets and ribbons / T. Fang, A. Konar, H. Xing, D. Jena // Appl. Phys. Lett. – 2007. – Vol. 91, № 9. – P. 092109 (3 pp.). **DOI:** 10.1063/1.2776887
20. Толмачев, В.В. Квазиклассическое приближение в квантовой механике / В.В. Толмачев. – М. : МГУ, 1980. – 187 с.
21. Никитин, Е.Е. Мнимое время и метод Ландау вычисления квазиклассических матричных элементов / Е.Е. Никитин, Л.П. Питаевский // УФН. – 1993. – Т. 163, № 9. – С. 101–103.  
**DOI:** 10.3367/UFNr.0163.199309e.0101
22. Song, S.M. Determination of work function of graphene under a metal electrode and its role in contact resistance / S.M. Song, J.K. Park, O.J. Sul, B.J. Cho // Nano Lett. – 2012. – Vol. 12, № 8. – P. 3887–3892.  
**DOI:** 10.1021/nl300266p
23. Елецкий, А.В. Графен: методы получения и теплофизические свойства / А.В. Елецкий, И.М. Искандарова, А.А. Книжник, Д.Н. Красиков // УФН. – 2011. – Т. 181, № 3. – С. 233–268.  
**DOI:** 10.3367/UFNr.0181.201103a.0233
24. Fursey, G. Field emission in vacuum microelectronics / G. Fursey. – New York : Kluwer, 2005. – xv+205 p.
25. Модинос, А. Авто-, термо- и вторично-электронная эмиссионная спектроскопия / А. Модинос. – М. : Наука, 1990. – 320 с.

## Acknowledgments

The work was supported by the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (grant No. F18R-253) and Belarusian National Research Program “Convergence-2020”.

## References

1. Poklonski N.A., Vyrko S.A., Siahlo A.I., Poklonskaya O.N., Ratkevich S.V., Hieu N.N., Kocherzhenko A.A. Synergy of physical properties of low-dimensional carbon-based systems for nanoscale device design. *Mater. Res. Express*, 2019, vol. 6, no. 4, pp. 042002 (25 pp.). DOI: 10.1088/2053-1591/aafb1c
2. Ratnikov P.V., Silin A.P. Two-dimensional graphene electronics: current status and prospects. *Phys. Usp.*, 2018, vol. 61, no. 12, pp. 1139–1174. DOI: 10.3367/UFNe.2017.11.038231
3. Chernozatonskii L.A., Sorokin P.B., Artukh A.A. Novel graphene-based nanostructures: physicochemical properties and applications. *Russ. Chem. Rev.*, 2014, vol. 83, no. 3, pp. 251–279. DOI: 10.1070/RC2014v083n03ABEH004367
4. Eletsii A.V. Carbon nanotube-based electron field emitters. *Phys. Usp.*, 2010, vol. 53, no. 9, pp. 863–892. DOI: 10.3367/UFNe.0180.201009a.0897
5. Gulyaev Yu.V., Aban'shin N.P., Gorfinkel' B.I., Morev S.P., Rezhnikov A.F., Sinitsyn N.I., Yakunin A.N. New solutions for designing promising devices based on low-voltage field emission from carbon nanostructures. *Tech. Phys. Lett.*, 2013, vol. 39, no. 6, pp. 525–528. DOI: 10.1134/S1063785013060035
6. Chen L., Yu H., Zhong J., Song L., Wu J., Su W. Graphene field emitters: A review of fabrication, characterization and properties. *Mater. Sci. Eng. B*, 2017, vol. 220, pp. 44–58. DOI: 10.1016/j.mseb.2017.03.007
7. Han J.-W., Oh J.S., Meyyappan M. Vacuum nanoelectronics: Back to the future? – Gate insulated nanoscale vacuum channel transistor. *Appl. Phys. Lett.*, 2012, vol. 100, no. 21, pp. 213505 (4 pp.). DOI: 10.1063/1.4717751
8. Bell L.D. Ballistic electron emission microscopy and spectroscopy: Recent results and related techniques. *J. Vac. Sci. Technol. B*, 2016, vol. 34, no. 4, pp. 040801 (27 pp.). DOI: 10.1116/1.4959103
9. Kleshch V.I., Bandurin D.A., Orekhov A.S., Purcell S.T., Obratsov A.N. Edge field emission of large-area single layer graphene. *Appl. Surf. Sci.*, 2015, vol. 357, pp. 1967–1974. DOI: 10.1016/j.apsusc.2015.09.160
10. Konakova R.V., Okhrimenko O.B., Svetlichnyi A.M., Ageev O.A., Volkov E.Yu., Kolomiytsev A.S., Jityaev I.L., Spiridonov O.B. Characterization of field-emission cathodes based on graphene films on SiC. *Semiconductors*, 2015, vol. 49, no. 9, pp. 1242–1245. DOI: 10.1134/S1063782615090146
11. Givargizov E.I. Diamond-coated silicon tips as field emitters. *Russian Microelectronics*, 1997, vol. 26, no. 2, pp. 82–86.
12. Rakhimov A.T. Autoemission cathodes (cold emitters) on nanocrystalline carbon and nanodiamond films: physics, technology, applications. *Phys. Usp.*, 2000, vol. 43, no. 9, pp. 926–929. DOI: 10.1070/PU2000v043n09ABEH000808
13. Lee J.-K., Lee S.-C., Ahn J.-P., Kim S.-C., Wilson J.I.B., John P. The growth of AA graphite on (111) diamond. *J. Chem. Phys.*, 2008, vol. 129, no. 23, pp. 234709 (4 pp.). DOI: 10.1063/1.2975333
14. Majumdar C., Bose M.K., Maity A.B., Chakravarti A.N. Effect of size quantization on field emission from ultrathin films of degenerate wide-gap semiconductors. *Phys. Status Solidi B*, 1987, vol. 141, no. 2, pp. 435–439. DOI: 10.1002/pssb.2221410210
15. Il'chenko L.G., Kryuchenko Yu.V., Litovchenko V.G. Electron field emission (FE) from quantum size systems. *Appl. Surf. Sci.*, 1995, vol. 87/88, pp. 53–60. DOI: 10.1016/0169-4332(94)00531-1
16. Poklonski N.A., Podenok S.L., Vyrko S.A. Field emission from 2D layer. *Physics, Chemistry and Application of Nanostructures: Reviews and Short Notes to Nanomeeting-2005*, Minsk, 24–27 May, 2005, ed. V.E. Borisenko, S.V. Gaponenko, V.S. Gurin. Singapore, World Scientific, 2005, pp. 144–147. DOI: 10.1142/9789812701947\_0029
17. Landau L.D., Lifshitz L.M. Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory. Oxford, Pergamon Press, 1989, 687 p.
18. Castro Neto A.H., Guinea F., Peres N.M.R., Novoselov K.S., Geim A.K. The electronic properties of graphene. *Rev. Mod. Phys.*, 2009, vol. 81, № 1, pp. 109–162. DOI: 10.1103/RevModPhys.81.109
19. Fang T., Konar A., Xing H., Jena D. Carrier statistics and quantum capacitance of graphene sheets and ribbons. *Appl. Phys. Lett.*, vol. 91, no. 9, pp. 092109 (3 pp.). DOI: 10.1063/1.2776887
20. Tolmachev V.V. [Semi-classical approximation in quantum mechanics]. Moscow, MSU Publ., 1980, 187 p. (in Russian).
21. Nikitin E.E., Pitaevskii L.P. Imaginary time and the Landau method of calculating quasiclassical matrix elements. *Phys. Usp.*, 1993, vol. 36, no. 9, pp. 851–853. DOI: 10.1070/PU1993v036n09ABEH002310
22. Song S.M., Park J.K., Sul O.J., Cho B.J. Determination of work function of graphene under a metal electrode and its role in contact resistance. *Nano Lett.*, 2012, vol. 12, no. 8, pp. 3887–3892. DOI: 10.1021/nl300266p
23. Eletsii A.V., Iskandarova I.M., Knizhnik A.A., Krasikov D.N. Graphene: fabrication methods and thermophysical properties. *Phys. Usp.*, 2011, vol. 54, no. 3, pp. 227–258. DOI: 10.3367/UFNe.0181.201103a.0233
24. Furse G. Field Emission in Vacuum Microelectronics, New York, Kluwer, 2005, xv+205 p.
25. Modinos A. Field, Thermionic, and Secondary Electron Emission Spectroscopy. New York, Springer, 1984, xii+375 p. DOI: 10.1007/978-1-4757-1448-7