

УДК 537.8

# Особенности электромеханоакустического преобразования энергии цилиндрическими пьезокерамическими излучателями с внутренними экранами в составе плоских систем

Лейко А.Г., Кандрачук И.В., Святненко А.О.

Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»,  
пр. Победы, 37, г. Киев 03056, Украина

Поступила 23.01.2018

Принята к печати 28.02.2018

Рассмотрена задача излучения звука плоской системой, образованной из цилиндрических пьезокерамических излучателей с внутренними акустически мягкими экранами. Продольные оси излучателей параллельны и лежат в одной плоскости. Указанная система характеризуется взаимодействием электрических, механических и акустических полей в процессе преобразования излучателями электрической энергии в акустическую и взаимодействием акустических полей излучателей в процессе формирования полей в окружающих средах. Целью работы являлось определение закономерностей электромеханоакустического преобразования энергии цилиндрическими пьезокерамическими излучателями с внутренними экранами в составе плоских систем с учетом всех видов взаимодействия.

Исследования осуществлялись методом связанных полей в многосвязных областях с привлечением теорем сложения для цилиндрических волновых функций. Физические поля, возникающие при излучении звука такой системой, определены путем совместного решения системы дифференциальных уравнений: волнового уравнения; уравнений движения тонких пьезокерамических оболочек в перемещениях; уравнений вынужденной электростатики для пьезокерамики при заданных граничных условиях, условиях сопряжения полей на границах раздела многосвязных областей и электрических условиях.

Решение задачи сведено к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложений полей в ряды по волновым функциям.

Анализ результатов численных расчетов, выполненных на основе полученных аналитических соотношений, позволил установить ряд закономерностей в электромеханоакустическом преобразовании энергии излучателями в составе плоских систем. При этом учтены: взаимодействие полей в процессе преобразования энергии; взаимодействие излучателей и системы по акустическому полю; степень нарушения радиальной симметрии акустического нагружения излучателей от величины акустического взаимодействия; многомодовость механических полей излучателей в составе плоской системы и зависимость перераспределения энергии между модами колебаний от степени нарушения радиальной симметрии акустического нагружения излучателей.

**Ключевые слова:** преобразование энергии; акустическое взаимодействие; плоская система; цилиндрический пьезокерамический излучатель.

**DOI:** 10.21122/2220-9506-2018-9-1-85-95

**Адрес для переписки:**

Кандрачук И.В.

Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»,  
корпус 12, пр. Победы, 37, г. Киев 03056, Украина  
e-mail: kandra4uk@gmail.com

**Address for correspondence:**

Kandrachuk I.V.

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv  
Polytechnic Institute», corps 12,  
Peremohy Ave., 37, Kyiv 03056, Ukraine  
e-mail: kandra4uk@gmail.com

**Для цитирования:**

Лейко А.Г., Кандрачук И.В., Святненко А.О.

Особенности электромеханоакустического преобразования энергии цилиндрическими пьезокерамическими излучателями с внутренними экранами в составе плоских систем.

Приборы и методы измерений.

2018. – Т. 9, № 1. С. 85–95.

**DOI:** 10.21122/2220-9506-2018-9-1-85-95

**For citation:**

Leiko A.G., Kandrachuk I.V., Sviatnenko A.O.

[Features of electromechanical acoustic energy conversion by cylindrical piezoceramic transducers with internal screens in composition of flat systems].

Devices and Methods of Measurements.

2018, vol. 9, no. 1, pp. 85–95 (in Russian).

**DOI:** 10.21122/2220-9506-2018-9-1-85-95

# Features of electromechanical acoustic energy conversion by cylindrical piezoceramic transducers with internal screens in composition of flat systems

Leiko A.G., Kandrachuk I.V., Sviatnenko A.O.

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,  
Peremohy Ave., 37, Kyiv 03056, Ukraine

Received 23.01.2018

Accepted for publication 28.02.2018

## Abstract

The problem of sound emission is considered by a system formed from cylindrical piezoceramic radiators with internal acoustically soft screens. Longitudinal axis of emitters lie in one plane. This system is characterized by the interaction of electric, mechanical and acoustic fields in the process of conversion electrical energy to acoustical energy and acoustic fields in the process of forming them in the environments. The purpose of the work is to determine the peculiarities of the electromechanical acoustic transformation of energy by cylindrical piezoceramic radiators with internal screens in the composition of flat systems, taking into account all types of interaction.

The research was carried out by the method of bound fields in multiply connected domains with the use of addition theorems for the cylindrical wave functions. The physical fields arising from the emission of sound by such a system are determined by the joint solution of the system of differential equations: the wave equation; equations of motion of thin piezoceramic shells with circular polarization in displacements; the equations of forced electrostatics for piezoceramics at given boundary conditions, the conditions of conjugation of fields at the boundaries of the division of domains and electric conditions.

The solution of the problem is reduced to the solution of an infinite system of linear algebraic equations with respect to unknown coefficients of field expansions.

An analysis of the results of numerical calculations, performed on the basis of the obtained analytical relations, called to establish a number of features in the electromechanical acoustic transformation of energy by emitters in the composition of flat systems. They include: the role of acoustic interaction in the process of energy conversion; determination of the mechanism of quantitative assessment of the influence of interaction on these processes; the dependence of the degree of violation of the radial symmetry of the acoustic loading of the emitters on the amount of acoustic interaction; the appearance of multimodality of the mechanical field of emitters in the structure of the plane system and the dependence of the redistribution of energy between all modes on the degree of disturbance of the radial symmetry of the acoustic loading of the emitters.

**Keywords:** energy conversion; acoustic interaction; flat system; cylindrical piezoceramic emitter.

**DOI:** 10.21122/2220-9506-2018-9-1-85-95

---

## Адрес для переписки:

Кандрачук И.В.  
Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»,  
корпус 12, пр. Победы, 37, г. Киев 03056, Украина  
e-mail: kandra4uk@gmail.com

---

## Address for correspondence:

Kandrachuk I.V.  
National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv  
Polytechnic Institute», corps 12,  
Peremohy Ave., 37, Kyiv 03056, Ukraine  
e-mail: kandra4uk@gmail.com

---

## Для цитирования:

Лейко А.Г., Кандрачук И.В., Святненко А.О.  
Особенности электромеханоакустического преобразования энергии цилиндрическими пьезокерамическими излучателями с внутренними экранами в составе плоских систем.  
Приборы и методы измерений.  
2018. – Т. 9, № 1. С. 85–95.  
**DOI:** 10.21122/2220-9506-2018-9-1-85-95

---

## For citation:

Leiko A.G., Kandrachuk I.V., Sviatnenko A.O.  
[Features of electromechanical acoustic energy conversion by cylindrical piezoceramic transducers with internal screens in composition of flat systems].  
*Devices and Methods of Measurements*.  
2018, vol. 9, no. 1, pp. 85–95 (in Russian).  
**DOI:** 10.21122/2220-9506-2018-9-1-85-95

---

## Введение

Практическая реализация снижения рабочих частот корабельных гидролокационных систем [1] для увеличения их дальности при сохранении направленных свойств гидроакустических антенн и размеров транспортных отсеков для размещения этих антенн обусловила необходимость поиска новых подходов к построению таких антенн. Одним из таких подходов является перенос внешних акустических экранов, обычно покрывающих часть излучающей поверхности цилиндрических излучателей для формирования односторонней направленности антенн [2], во внутреннюю полость излучателей. При этом внутренние полости излучателей должны быть заполнены жидкой средой [3–4], а размещенные в них экраны – быть цилиндрическими и иметь либо несимметричную форму, либо не осесимметричное расположение, либо и то и другое [4–5].

Из физических соображений ясно, что при работе плоской системы, образованной из цилиндрических пьезокерамических излучателей с параллельными продольными осями, лежащими в одной плоскости, и внутренними цилиндрическими экранами, возникает ряд эффектов взаимодействия волновых процессов. Преобразование электрической энергии в акустическую сопряжено со взаимодействием электрических, механических и акустических волновых полей [4, 6]. Формирование акустических полей во внутренних полостях излучателей сопровождается взаимодействием механических колебаний их пьезокерамических оболочек со средами [3, 4] и внутренними экранами излучателей [4, 5]. При формировании же акустических полей в упругой среде, окружающей плоскую излучающую систему, возникает взаимодействие механических колебаний излучателей с внешней средой и многократный процесс обмена излученными и рассеянными акустическими волнами в системе, определяемый как взаимодействие излучателей по акустическому полю [2, 3, 7–9].

Известно [2–4, 10], что цилиндрические пьезокерамические излучатели обычно возбуждаются радиально симметричным электрическим напряжением, что обеспечивает «закачивание» в них электрической энергии только на нулевой моде их механических колебаний и, как следствие, радиальную симметрию этих колебаний и создаваемых ими акустических полей при работе излучателя вне системы.

Естественным следствием наличия указанных выше взаимодействий физических полей является потеря цилиндрическими пьезокерамическими излучателями при работе в составе плоской системы радиальной симметрии их механического и акустического нагружения.

Эти нарушения радиальной симметрии акустических и механических полей обуславливают появление в механическом поле излучателей, помимо одной собственной формы их колебаний, последующих мод. При этом амплитуды колебаний последующих мод сравнимы с амплитудой колебаний нулевой моды [4, 6]. Это значит, что в данном случае происходит эффективное перераспределение «закачиваемой» в излучатели энергии между всеми модами колебаний. Таким образом, в процессе преобразования электрической энергии в механическую при излучении звука исследуемой системой принимает участие только одна, нулевая мода колебаний излучателей. Другие вновь возникшие моды на этом этапе процесса преобразования электрической энергии в акустическую не участвуют. В то же время энергия всех мод механического поля преобразуется в энергию акустического поля. В количественном отношении эти процессы зависят от многих физических факторов и представляют большой интерес в прикладном плане.

Целью данной работы являлось определение закономерностей механоакустического преобразования энергии пьезокерамическими цилиндрическими излучателями с внутренними экранами в составе плоских систем с учетом всех видов взаимодействия.

## Основная часть

Рассмотрим задачу об излучении звука системой (рисунок 1), образованной из конечного числа  $N$  бесконечно длинных круговых цилиндрических излучателей, продольные оси которых параллельны и лежат в одной плоскости на расстоянии  $l_{s-1,s}$  друг от друга ( $s = 1, \dots, N$ ). Каждый излучатель со средним радиусом  $r_{0s}$  и толщиной стенки  $h_s$  образован из жестко склеенных между собой пьезокерамических призм с нанесенными на их боковые плоские поверхности электродами. Электрически призмы включены параллельно, благодаря чему векторы напряженности электрического поля и механических деформаций параллельны (окружная поляризация). Поэтому

излучатели возбуждаются на нулевой моде их механических колебаний электрическим напряжением  $\psi^{(s)} = \psi_{0s} \cdot e^{-i\omega t}$ , где  $\omega$  – круговая частота. Внутренняя полость излучателей заполнена средой с плотностью  $\rho_s$  и скоростью звука  $c_s$ . В этой среде располагается акустически мягкий экран, выполненный в виде сплошного кругового цилиндра

радиусом  $a_{0s}$ . Продольная ось экрана параллельна продольной оси излучателя, сдвинута относительно нее на расстояние  $l_{OsOs'}$  и угол  $\varphi_{OsOs'}$ . Система излучателей располагается в упругой среде с волновыми сопротивлением  $\rho c$ . Системы координат и дополнительные частичные области, введенные для решения задачи, представлена на рисунке 1.

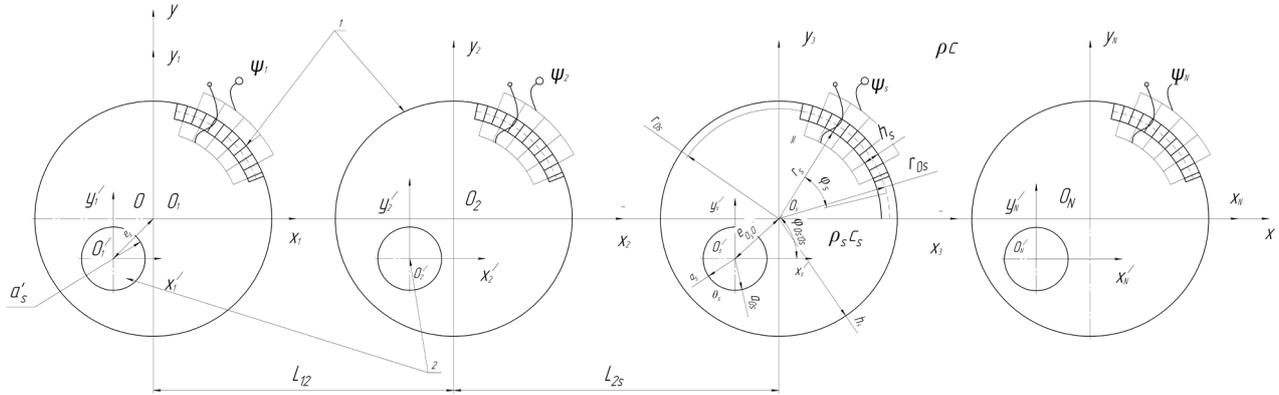


Рисунок 1 – Нормальное сечение плоской системы  
Figure 1 – Normal section of flat system

В математическом плане задача определения физических полей, принимающих участие в преобразовании электрической энергии в акустическую и формировании последней в окружающих среде, сводится к совместному решению системы дифференциальных уравнений, состоящей для  $s$ -го излучателя ( $s = 1, \dots, N$ ) из:

– волнового уравнения, описывающего движение упругих сред внутри и вне излучателей системы:

$$\Delta \Phi_i^{(s)} + k_{is}^2 \Phi_i^{(s)} = 0; \quad (1)$$

– уравнений движения тонких пьезокерамических оболочек с окружной поляризацией в перемещениях:

$$(1 + \beta_s) \frac{\partial^2 U_s}{\partial \varphi_s^2} + \frac{\partial^2 W_s}{\partial \varphi_s^2} = \alpha_s \gamma_s \frac{\partial^2 W_s}{\partial t^2} + \beta_s \left( \frac{\partial^2 U_s}{\partial \varphi_s^2} - \frac{\partial^4 W_s}{\partial \varphi_s^4} \right) - \frac{\partial^2 U_s}{\partial \varphi_s^2} - W_s + \frac{e_{33s}^E r_{0s}}{c_{33s}^E} E_\varphi^{(s)} + \frac{\alpha_s q_{rs}}{h_s} = \alpha_s \gamma_s \frac{\partial^2 W_s}{\partial t^2}; \quad (2)$$

– уравнений вынужденной электростатики для пьезокерамики:

$$E_s = -\text{grad} \psi_s, \quad \text{div} D_s = 0.$$

Здесь  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\Phi^{(s)}$  – потенциал скорости акустического поля внутри  $\Phi_i^{(s)} = \Phi_1^{(s)}$  и вне  $\Phi_i^{(s)} = \Phi^{(s)}$   $s$ -го излучателя;  $k_{is}$  – волновые числа сред внутри  $l_1$   $k_{is} = k_{1s}$  и вне  $k_{is} = k$   $s$ -го излучателя;

$U_s, W_s$  – окружная и радиальная составляющие вектора смещений точек срединной поверхности оболочки  $s$ -го излучателя;

$$\beta_s = \frac{h_s^2}{12 r_{0s}^2} \left( 1 + \frac{e_{33s}^2}{c_{33s}^E \epsilon_{33s}^E} \right) \alpha_s = \frac{r_{0s}^2}{c_{33s}^E};$$

$q_{rs}$  – внешняя радиационная нагрузка  $s$ -го излучателя;  $c_{33s}^E, \epsilon_{33s}^E, e_{33s}^E, \gamma_s$  – соответственно модуль упругости при нулевой электрической напряженности, диэлектрическая проницаемость при нулевой деформации, пьезоконстанта, плотность материала пьезокерамической оболочки  $s$ -го излучателя;  $E$  и  $D$  – векторы напряженности и индукции электрического поля.

Приведенные уравнения дополняются граничными условиями и условиями сопряжения акустических полей на границах раздела частичных областей, принимающими вид:

$$\Phi_1^{(s)}(\alpha_s, \Theta_s) = 0, \alpha_s = \alpha_{0s}; \quad 0 \leq \Theta_s \leq 2\pi; \quad s = 1, \dots, N; \quad (4)$$

$$-\frac{\partial \Phi_1^{(s)}}{\partial r_s} = \frac{\partial W_s}{\partial t}, \quad 0 \leq |\varphi_s| \leq \pi; \quad r_s = r_{2s} = r_{0s} - \frac{h_s}{2}; \quad (5)$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial r_s} = \frac{\partial W_s}{\partial t}, \quad 0 \leq |\varphi_s| \leq \pi; \quad r_s = r_{1s} = r_{0s} - \frac{h_s}{2}; \quad (6)$$

$$\sigma_{rs} = -q_{rs} = - \left( \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho_s \frac{\partial \Phi_1^{(s)}}{\partial t} \right), \quad 0 \leq |\varphi_s| \leq \pi; \quad s = 1, \dots, N; \quad (7)$$

где  $\Phi = \sum_{s=1}^N \Phi_1^{(s)}$  – потенциал скорости полного поля излучения рассматриваемой системы;  $\sigma_{rs}$  – нормальная составляющая тензора механических напряжений в пьезокерамике  $s$ -го излучателя.

Электрические условия состоят в задании напряженности электрического поля в пьезокерамической оболочке каждого излучателя ( $s = 1, \dots, N$ ) системы в виде:

$$E_{\varphi s} = \frac{-\Psi_{0s} M_s}{2\pi r_{0s}}, \quad (8)$$

где  $M_s$  – число параллельно включенных пьезокерамических призм в оболочке  $s$ -го излучателя. Перечисленные условия дополняются условиями излучения на бесконечности.

Решение рассматриваемой задачи будем искать методом связанных полей в многосвязных областях [2, 4]. Для этого представим выражение для механических и акустических полей следующими разложениями в ряды:

$$\begin{aligned} \Phi_1^{(s)}(\alpha_s, \theta_s) &= \sum_{m=0}^{\infty} \left[ C_m^{(s)} J_m(k_s \alpha_s) + D_m^{(s)} N_m(k_s \alpha_s) \right] e^{im\theta_s}, \quad s=1, \dots, N; \\ U_s &= \sum_n U_{ns} e^{in\varphi_s}; \quad W_s = \sum_n W_{ns} e^{in\varphi_s}; \\ \Phi^{(s)}(r_s, \varphi_s) &= \sum_n A_n^{(s)} H_n^{(1)}(kr_s) e^{in\varphi_s}, \end{aligned} \quad (9)$$

где использованы традиционные обозначения цилиндрических функций. Применение граничного

условия (4) позволяет представить последнее из выражений (9) в виде:

$$\Phi_1^{(s)}(\alpha_s, \theta_s) = \sum_m C_m^{(s)} \left[ J_m(k_s \alpha_s) - \frac{J_m(k_s \alpha_{0s})}{N_m(k_s \alpha_{0s})} \cdot N_m(k_s \alpha_s) \right] e^{im\theta_s}. \quad (10)$$

Особенность решения рассматриваемой задачи состоит в том, что все акустические поля заданы в своих локальных координатных системах. Поэтому для использования условий сопряжения (5) и (6) необходимо выразить их в координатах соответствующего излучателя. Перенос систем координат обеспечивается с помощью теорем сложения для цилиндрических волновых функций:

$$\begin{aligned} H_m^{(1)}(kr_q) e^{im\varphi_q} &= \sum_n J_n(kr_s) H_{m-n}^{(1)}(kr_{qs}) e^{i(m-n)\varphi_{qs}} e^{in\varphi_s}; \\ J_m(k_s \alpha_s) e^{im\varphi_s} &= \sum_n J_{m-n}(k_s l_{O_s' O_s}) e^{i(m-n)\varphi_{O_s' O_s}} J_n(k_s r_s) e^{in\varphi_s}; \quad (11) \\ N_m(k_s \alpha_s) e^{im\varphi_s} &= \sum_n J_{m-n}(k_s l_{O_s' O_s}) e^{i(m-n)\varphi_{O_s' O_s}} N_n(k_s r_s) e^{in\varphi_s}, \end{aligned}$$

где  $r_{qs}$ ,  $l_{O_s' O_s}$  и  $\varphi_{qs}$ ,  $\varphi_{O_s' O_s}$  – полярные координаты начала координатной системы  $O_s$  в координатах систем с началами  $O_q$  и  $O'_s$ .

Алгебраизация функциональных уравнений (1)–(3), (5) и (6) с учетом выражений (7)–(11) на основе свойств полноты и ортогональности систем угловых функций на интервале  $[0, 2\pi]$  позволяет получить для отыскания неизвестных коэффициентов разложений (9) следующую бесконечную систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} A_m^{(s)} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq s}}^N \sum_n \left[ A_n^{(q)} \frac{J'_m(kr_s)}{H_m^{(1)'}(kr_s)} \cdot H_{n-m}^{(1)}(kr_{qs}) e^{i(n-m)\varphi_{qs}} \right] &= ic \frac{W_{ms}}{H_m^{(1)'}(kr_s)}; \\ \sum_m C_m^{(s)} J_{m-n}(k_s l_{O_s' O_s}) \cdot e^{i(m-n)\varphi_{O_s' O_s}} \cdot \Delta_{nm}^{(s)'}(k_s r_s) &= ic_s W_{ns}; \\ R_v^{(s)} W_{vs} + \frac{\alpha_s}{h_s} i\omega\rho \left[ A_v^{(s)} H_v^{(1)}(kr_s) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq s}}^N \sum_m A_m^{(s)} H_{m-v}^{(1)}(kr_{qs}) e^{i(m-v)\varphi_{qs}} \cdot J_v(kr_s) \right] &- \\ - \left[ \frac{\alpha_s}{h_s} i\omega\rho_s \sum_m C_m^{(s)} J_{m-v}(k_s l_{O_s' O_s}) \cdot e^{i(m-v)\varphi_{O_s' O_s}} \cdot \Delta_{mv}^{(s)}(k_s r_s) \right] &= \frac{e_{33s}}{c_{33s}^E} \frac{\Psi_{0s} M_s}{4\pi^2} Q_v^{(s)}, \\ m = -\infty, 0, \infty; \quad n = -\infty, 0, \infty; \quad v = -\infty, 0, \infty, \end{aligned} \quad (12)$$

где штрих означает производную функции;

$$\Delta_{nm}^{(s)} = J_n(k_s r_s) - \frac{J_m(k_s \alpha_{os})}{N_m(k_s \alpha_{os})} N_n(k_s r_s);$$

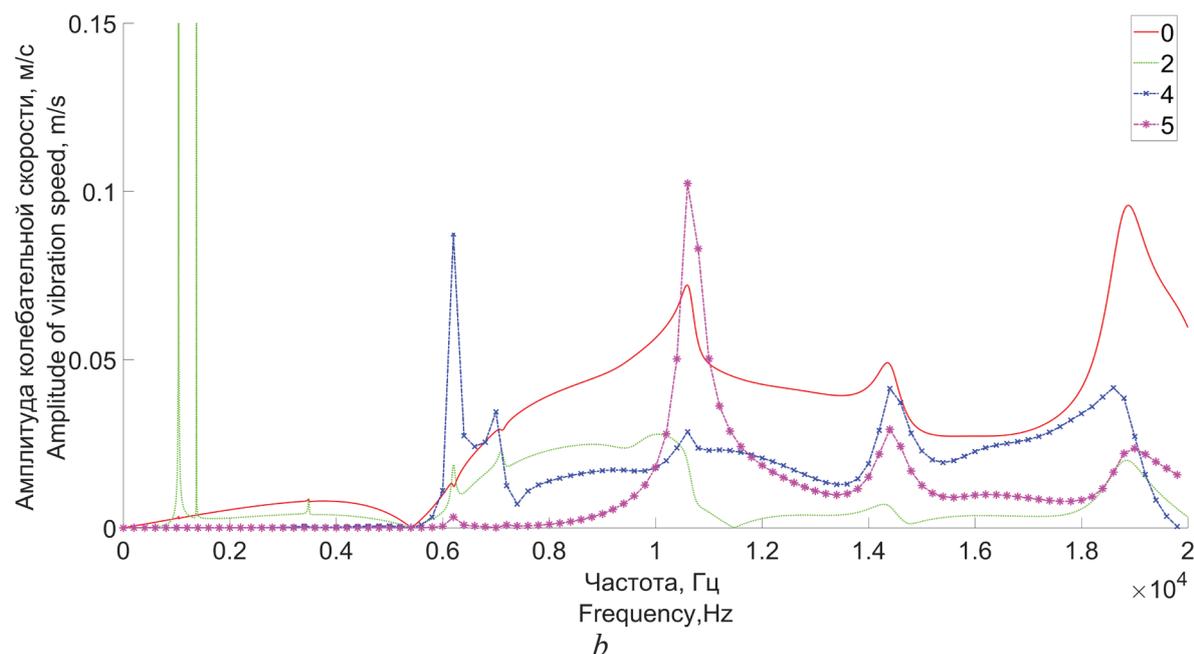
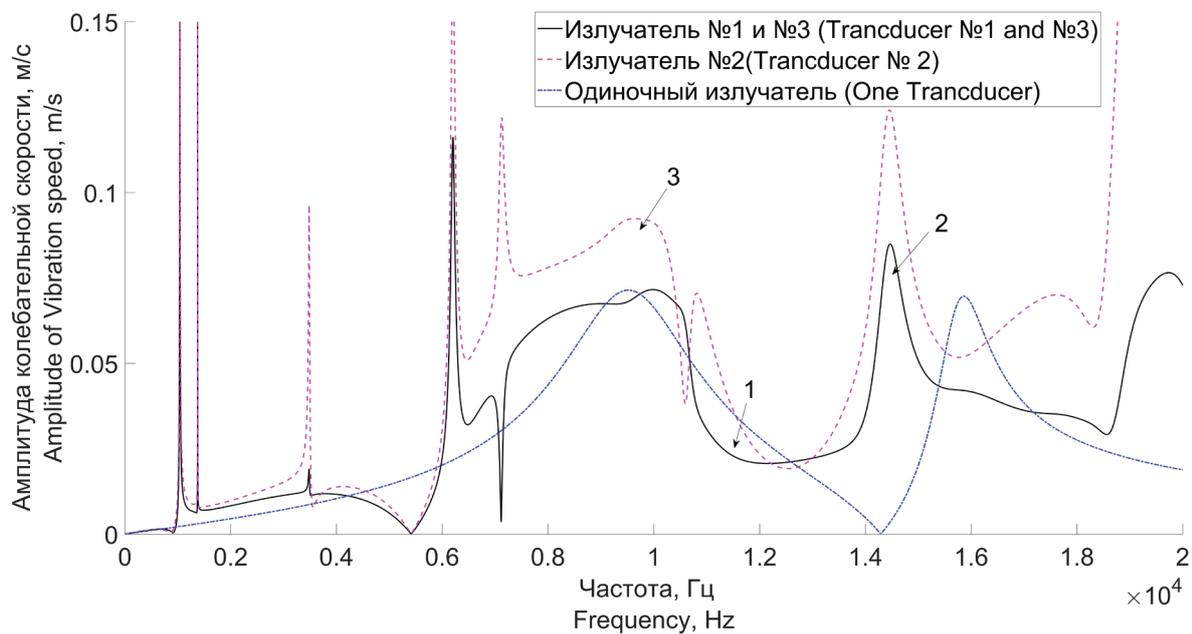
$$Q_v^{(s)} = \int_0^{2\pi} e^{-i\nu\varphi_s} d\varphi_s = \begin{cases} 2\pi (\nu = 0); \\ 0 (\nu \neq 0); \end{cases}$$

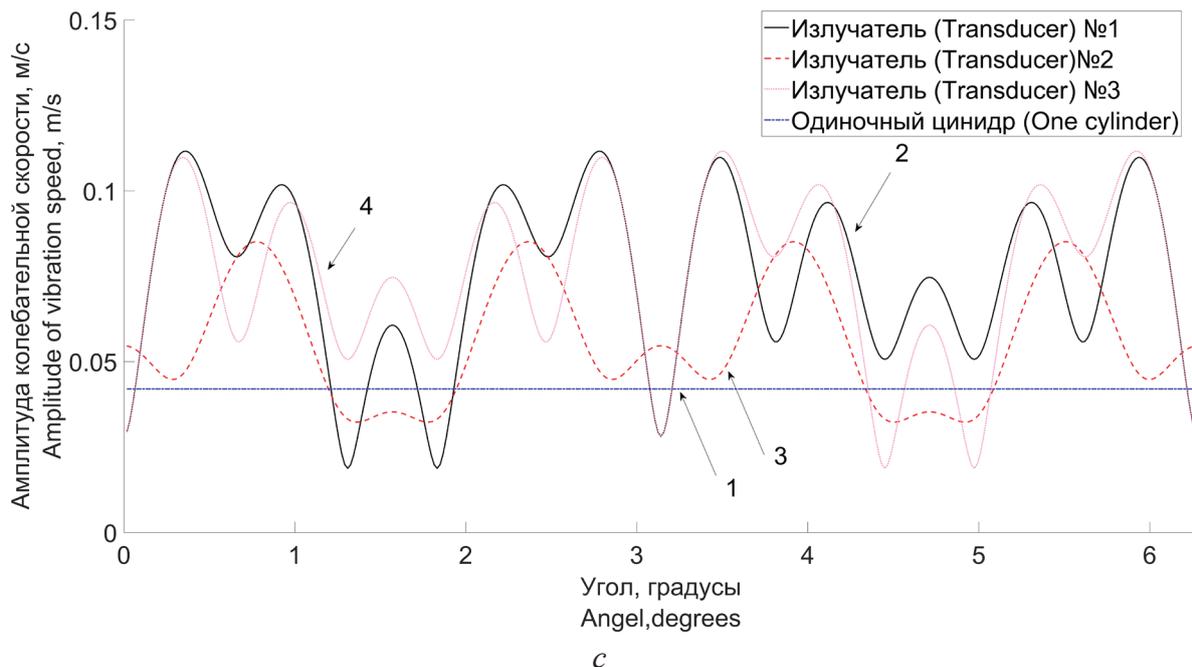
$$R_v^{(s)} = \frac{(\beta_s n^3 + n)^2}{(1 + \beta_s) n^2 - \omega^2 \alpha_s \gamma_s} - 1 + \beta_s n^3 - \omega^2 \alpha_s \gamma_s$$

После проведения ряда процедур по регуляризации системы (12) она может быть разрешима методом редукции.

На основе полученных соотношений на примере плоской системы, образованной из трех идентичных излучателей с внутренними экранами, определим закономерности механоакустического преобразования энергии ее пьезокерамическими излучателями.

Расчеты выполнялись для следующих характеристик и параметров излучателей и системы: пьезо-керамика ЦТБС-3 с  $\gamma = 7210 \text{ кг/м}^3$ ,  $e_{33} = 38,896 \text{ Кл/м}^2$ ;  $C_{33}^E = 13,6 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ ;  $\epsilon_{33}^{(s)} = 7002,8 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ ;  $M = 48$ ;  $\Psi_0 = 200 \text{ В}$ ;  $h = 0,008 \text{ м}$ ;  $r_0 = 0,068 \text{ м}$ ;  $\rho_s = \rho_1 c_1 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ кг/м}^3$ ;  $r_{12} = r_{21} = 0,139 \text{ м}$ ;  $\alpha_0 = 0,2 r_0$ ;  $l_{os/os} = r_0 - h/2 - \alpha_0 = -0,003 \text{ м}$ ;  $\varphi_{oo} = 90^\circ$ ;  $f$  изменялась от 0 до 20 кГц.





**Рисунок 2** – Частотные зависимости амплитуд радиальной колебательной скорости излучателей (а) и её мод для срединных с номером 2 (b) и крайних с номерами 1 и 3 (c) излучателей в составе системы и вне ее (кривая 1) в точках с координатами ( $r_1 = 0,072$  м,  $\varphi = 90^\circ$ )

**Figure 2** – Frequency dependences of amplitudes of radial vibrational emitter speed (a) and its mode for the middle number 2 (b) and the last with numbers 1 and 3 (c) emitters in the system and outside it (curve 1) at points with coordinates ( $r_1 = 0,072$  м,  $\varphi = 90^\circ$ )

В качестве исследуемых были выбраны частотные и угловые зависимости амплитуд колебательной скорости и акустического давления на поверхности излучателей. Результаты расчетов представлены на рисунках 2–4.

Анализ приведенных результатов свидетельствует о сложном характере преобразования электрической энергии в акустическую в процессе излучения звука рассматриваемой системой.

Как уже отмечалось, эта сложность связана с обилием взаимодействий, обусловленных обменими акустическими волнами между элементами системы в процессе ее работы. Представляется интересным установить механизм влияния этих взаимодействий на формирование механического и акустического полей излучателей системы.

Как известно [5], при выбранном способе электрического нагружения излучателей в системе в цилиндрических водозаполненных пьезокерамических преобразователях возбуждается только одна собственная форма колебаний и поэтому должны были существовать только два резонанса излучателя (рисунок 2а, кривая 1). В то же время реальные частотные зависимости амплитуд колебательных скоростей излучателей

в составе плоской системы существенно отличаются (рисунок 2а) от описанной.

Проанализируем эти зависимости. Выделим в них три зоны: первую (низкочастотную) зону ( $f < 6000$  Гц), вторую (резонансную) зону ( $6000 < f < 14\,000$  Гц) и третью (высокочастотную) зону ( $f > 14\,000$  Гц). Анализ графиков рисунка 2а свидетельствует о значительном увеличении количества механических резонансов пьезокерамических излучателей при работе их в составе плоской системы по сравнению с работой излучателей вне системы. Особо интересным представляется появление дополнительных механических резонансов в первой зоне, где частоты резонансов оказываются в (3–10 раз) ниже собственной резонансной частоты пьезокерамических оболочек излучателей. При этом амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) каждого излучателя системы во второй зоне полностью изменяет свой вид. Кроме того, АЧХ колебательных скоростей излучателей зависят от места расположения излучателей в системе. Если в первой зоне различия между АЧХ излучателей, расположенных внутри плоской системы (срединных) и на ее краях (крайних), являются небольшими, то во второй и третьей зонах эти различия становятся существенными. Они проявляются в том,

что практически на всех частотах в этих зонах амплитуды колебательных скоростей срединных излучателей в несколько раз превышают амплитуды скоростей колебаний крайних излучателей.

Анализ кривых (рисунок 2*b, c*) показывает, что причиной приобретения цилиндрическими излучателями с экраном в составе плоской системы свойства многорезонансности является преобразование их механических полей под влиянием акустического взаимодействия в многомодовые. При этом амплитуды колебательных скоростей отдельных мод, следующих за нулевой, сравнимы по величине с амплитудой скорости нулевой моды, а в области низких частот во много десятков раз превышают ее. Именно генерированием этих мод в механических полях излучателей объясняется появление, в частности, дополнительных механических резонансов в зоне низких частот. Это видно (рисунок 2*a*) из совпадения резонансных частот и близости величин амплитуд колебательных скоростей на АЧХ полных колебательных скоростей излучателей (рисунок 2*a*) и АЧХ колебательных скоростей излучателей на этих модах (рисунок 2*b, c*).

Обращает на себя внимание также и тот факт, что механические поля излучателей имеют наборы мод, разные по амплитуде и фазе их колебательных скоростей в зависимости как от места расположения излучателей в составе плоской системы, так и на разных частотах. Этим объясняется различие амплитудных и фазовых частотных характеристик крайних и средних излучателей плоской системы.

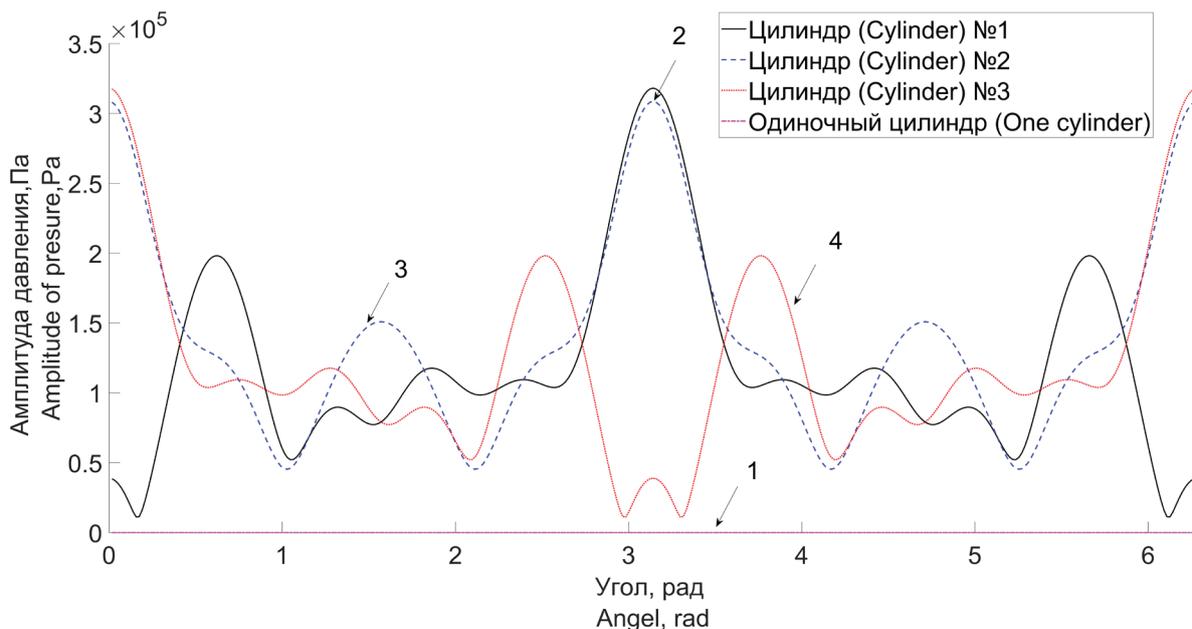
Установленные выше закономерности механических полей излучателей в составе плоских систем свидетельствуют о том, что в данном случае происходит эффективное перераспределение «закачиваемой» энергии между несколькими последующими формами колебаний излучателей. При этом генерируются не все формы колебаний (на рисунках 2*b, c*), первая и третья мода отсутствуют.

Возникновение многомодовости колебаний цилиндрических излучателей в составе плоской системы находит свое отражение и в угловых распределениях колебательных скоростей на поверхности излучателей (рисунок 3*a*). Вместо однородного углового распределения колебательной скорости цилиндрического излучателя при работе его вне системы возникает сложное угловое распределение скорости излучателя при работе его в составе плоской системы. Оно характеризуется двумя закономерностями. Во-первых, угловое распределение колебательной скорости зависит от места

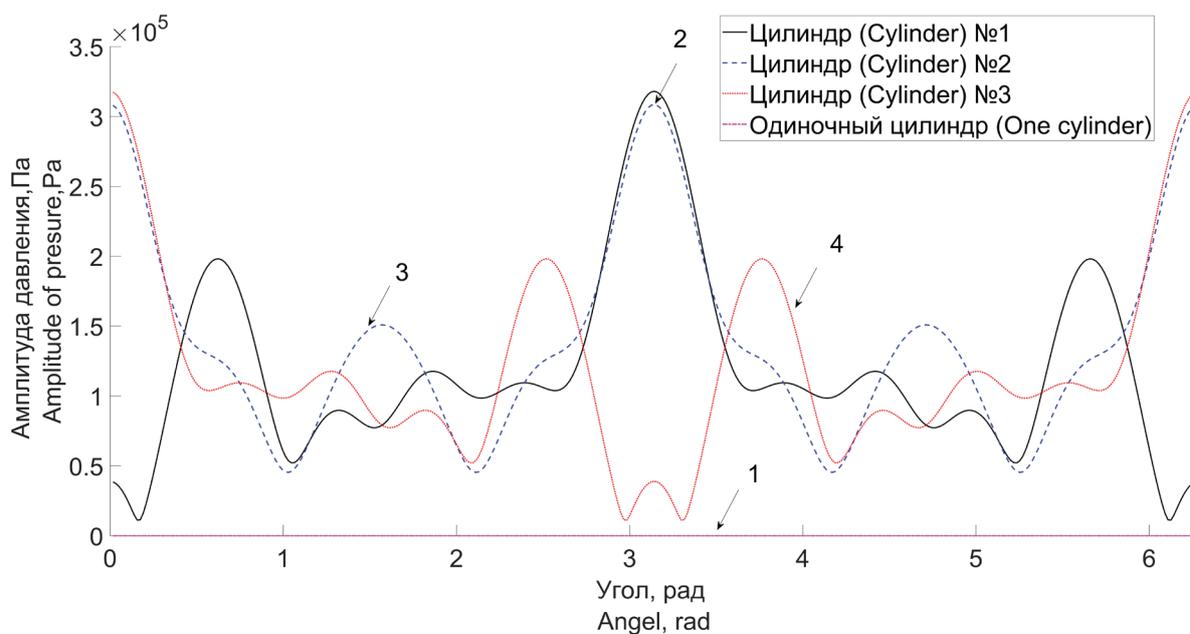
расположения излучателя в плоской системе. Во-вторых, оно отличается значительной неоднородностью распределения амплитуд и фаз скорости, различной для разных частот излучения.

Естественно, что установленные выше существенные изменения механических полей цилиндрических излучателей в составе плоских систем находят свое отражение и в процессе преобразования механической энергии колебаний излучателей в их акустическую энергию. Об этом свидетельствуют графики (рисунки 3*b* и 4). Анализ частотных зависимостей амплитуд акустического давления (рисунок 4) говорит о том, что возникновение многомодовости механических колебаний излучателей, обусловленное взаимодействием акустических полей при излучении звука плоской системой, приводит к расширению и обогащению их спектра собственных частот. Особый практический интерес связан с проявлением акустических резонансов на дополнительных частотах в низкочастотной области. Значения этих частот в (3–10) раз меньше основной резонансной частоты пьезокерамической оболочки в вакууме, хотя геометрические размеры излучателей остались неизменными. При этом амплитуды акустических давлений сопоставимы с амплитудами давлений акустического поля в области основного резонанса оболочек излучателей. Таким образом, эффективность преобразования механической энергии в акустическую сохраняется на частотах этих дополнительных резонансов, хотя при этом резонансная область сужается в 10–15 раз по сравнению с основной резонансной областью оболочки.

Особо интересным представляется поиск механизма влияния акустического взаимодействия элементов плоской системы излучателей с экранами на процессы преобразования в них электрической энергии в акустическую. Для этого обратимся к рисунку 3*b*. Анализ приведенных зависимостей свидетельствует о том, что результатом влияния акустического взаимодействия элементов плоской системы является нарушение радиальной симметрии акустического нагружения цилиндрических излучателей системы. Известно [4], что прямым следствием этого нарушения является возникновение в механическом поле этих излучателей последующих за нулевой модой колебаний. В количественном отношении степень эффективного перераспределения энергии, закачиваемой в излучатели на нулевой моде, между последующими формами колебаний определяется уровнем акустического взаимодействия.



a



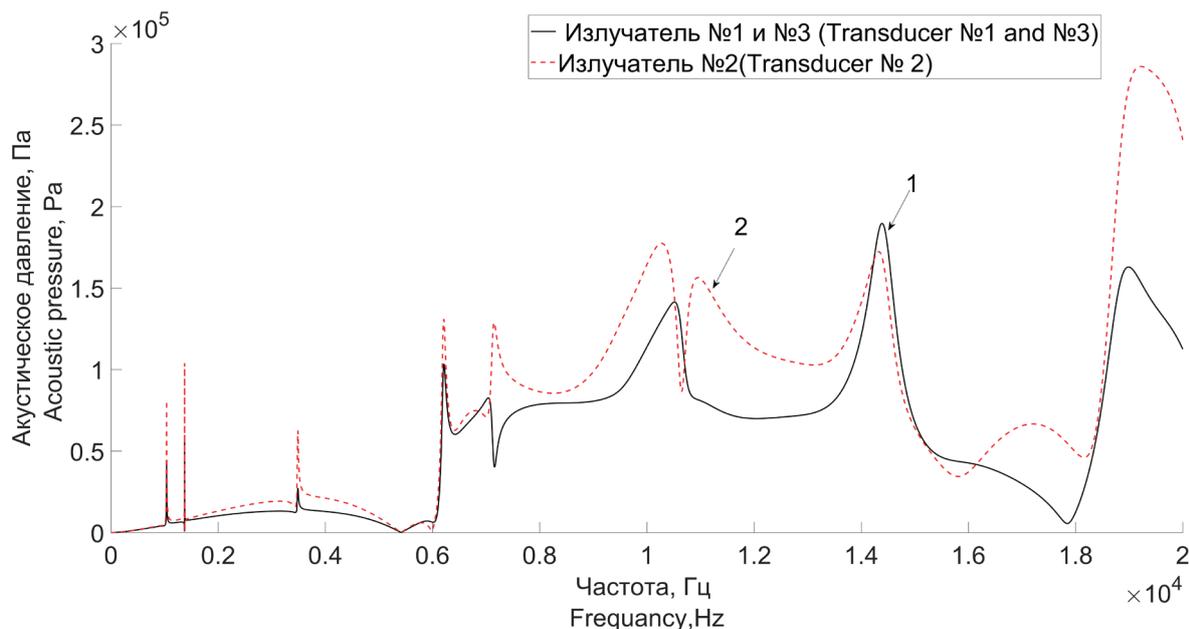
b

**Рисунок 3** – Угловые зависимости амплитуд колебательной скорости (a) и акустического давления (b) на поверхности излучателей на частоте 11 кГц

**Figure 3** – Angular dependences of the amplitudes of the vibrational velocity (a) and acoustic pressure (b) on the surface of the radiators at a frequency of 11 kHz

Как следует из анализа соотношений (12), этот уровень зависит от значения функций  $H_{n-m}^{(1)}(kr_{qs})$  и  $J_{m-n}(k_s l_{osos})$ . Функция  $H_{n-m}^{(1)}(kr_{qs})$  описывает взаимодействие по акустическому полю во внешней среде излучателей плоской системы с номерами  $q$  и  $s$  ( $q = 1, \dots, N$ ;  $s = 1, \dots, N$ ) при обмене ими излученными и отраженными волнами с номерами  $n$  и  $m$ . Значение этой функции

определяется волновым расстоянием  $k r_{qs} \rightarrow \infty$  и стремится к нулю при  $kr_{qs} \rightarrow \infty$ . Это значит, что при увеличении  $kr_{qs}$  акустическое взаимодействие излучателей в плоской системе уменьшается, следствием чего является уменьшение степени нарушения радиальной симметрии акустического нагружения цилиндрических излучателей и снижение эффективности отбора энергии от нулевой моды



**Рисунок 4** – Частотные зависимости амплитуд акустического поля на поверхности излучателей в составе системы в точках с координатами ( $r_1 = 0,072$  м,  $\varphi = 90^\circ$ )

**Figure 4** – The frequency dependences of the amplitudes of the acoustic field on the surface of the emitters in the system at points with coordinates ( $r_1 = 0,072$  м,  $\varphi = 90^\circ$ )

последующими модами колебаний. При  $J_{m-n}(kl_{s\text{осос}})$  этот вид взаимодействия исчезает.

Функция  $J_{m-n}(kl_{s\text{осос}})$  описывает акустическое взаимодействие во внутренней области  $s$ -го излучателя ( $s = 1, \dots, N$ ) между акустическим экраном и пьезокерамической оболочкой излучателя при обмене ими излученными и отраженными волнами с номерами  $n$  и  $m$ . Значение этой функции определяется волновым расстоянием  $kl_{s\text{осос}}$  и стремится к нулю при  $kl_{s\text{осос}} = 0$ . При этом имеют место описанные выше последствия для акустического взаимодействия этого вида.

## Заключение

Методом связанных полей в многосвязных областях решена задача излучения звука плоскими системами цилиндрических пьезокерамических излучателей с внутренними экранами. При решении задачи учтено взаимодействие физических полей в процессе электроакустического преобразования энергии, взаимодействие акустических полей излучателей системы во внешней среде и взаимодействие акустических полей экрана и пьезокерамической оболочки во внутренней среде каждого излучателя системы.

На основе полученных аналитических соотношений выполнены расчеты и произведен

анализ электроакустического преобразования энергии излучателями рассматриваемого типа в составе плоских систем. Установлен ряд закономерностей в этом преобразовании, связанных с акустическими взаимодействиями элементов систем и излучателей. Эти закономерности могут играть существенную роль при построении плоских систем из цилиндрических пьезокерамических излучателей с внутренними экранами и должны учитываться при проектировании таких систем.

## Список использованных источников

1. Корякин, Ю.А. Корабельная гидроакустическая техника: Состояние и актуальные проблемы / Ю.А. Корякин, С.А. Смирнов, Г.В. Яковлев. – СПб. : Наука, 2004. – 410 с.
2. Лейко, А.Г. Подводные акустические антенны : монография / А.Г. Лейко, Ю.Е. Шамарин, В.П. Ткаченко. – К. : Авантприм, 2000. – 320 с.
3. Балабаев, С.М. Акустическое излучение водозаполненной пьезокерамической оболочки / С.М. Балабаев, Н.Ф. Ивина // Акуст. журн. – 1999. – Т. 45. – № 44. – С. 450–453.
4. Гринченко, В.Т. Волновые задачи акустики : монография / В.Т. Гринченко, И.В. Вовк, В.Т. Мацпура. – К. : Интерсервис, 2013. – 572 с.
5. Vovk, I.V. Sound radiation by cylindrical piezoelectric shell with asymmetric insertion / I.V. Vovk, V.N. Oli-

nyk // *JASA*. – 1996. – Vol. 99, no. 1. – P. 133–138.

6. Лейко, А.Г. Частотные характеристики электрических полей цилиндрических пьезокерамических излучателей в составе плоских систем / А.Г. Лейко, А.И. Нижник // *Журнал нано- и электронной физики*. – 2016. – Т. 8. – № 4–04012. – С. 1–6.

7. Aronov, B. Effects of coupled vibrations on the acoustical performance of underwater cylindrical shell transducers / B. Aronov, A.B. David, L.B. Corey // *JASA*. – 2007. – Vol. 122, no. 11. – P. 3419–3428.

8. Aronov, B. Methods of experimental investigation of acoustic interaction between electroacoustical transducers in array / B. Aronov, O. Tetsuro, A.B. David // *JASA*. – 2002. – Vol. 112, no. 2. – P. 753–763.

9. Aronov B. Couplend vibration analysis of the thinwalled cylindrical piezoelectric ceramic transducers / B. Aronov // *JASA*. – 2009. – Vol. 125, no. 3. – P. 803–818.

10. Коржик, А.В. Амплитудно-частотные характеристики некоторых форм колебаний пьезокерамических цилиндрических приемников звука при различных видах электродирования в условиях связанности / А.В. Коржик // *Акустический вестник*. 2009. – Т. 12. – № 3. – С. 33–40.

## Reference

1. Koryakin Yu.A., Smirnov S.A., Yakovlev G.V. *Korabelnaya gidroakusticheskaya tekhnika: Sostoyanie i aktualnye problemy* [Ship's hydroacoustic technique: Status and current problems]. St. Peterburg, Nauka Publ., 2004, pp. 410 (in Russian).

2. Leyko A.G., Shamarin Yu.Ye., Tkachenko V.P. *Podvodnye akusticheskie anteny: monografiya*

[Underwater hydroacoustic antennas]. Kiev, Avanposprim Publ., pp. 200–320 (in Russian).

3. Balabaev S.M., Ivina N.F. [Acoustic radiation of a water-filled piezoceramic shell]. *Akusticheskiy zhurnal* [Acoustic journal], 1999, vol. 45, no. 44, pp. 450–453 (in Russian).

4. Grinchenko V.T., Vovk I.V., Matsypura V.T. *Volnovye zadachi akustiki: monografiya* [Wave problems of acoustics: monograph], Kiev, Interservis Publ., 2013, 572 p.

5. Vovk I.V., Oliynik V.N. Sound radiation by cylindrical piezoelectric shell with asymmetric insertion. *JASA*, 1996, vol. 99, no. 1, pp. 133–138.

6. Leyko A.G., Nizhnik A.I. [Frequency characteristics of electric fields of cylindrical piezoceramic radiators in the composition of flat systems]. *Zhurnal nano ta elektronnoi fiziki* [Journal of Nano – Electron Physics], 2016, vol. 8, no. 4–04012, pp. 1–6 (in Russian).

7. Aronov B., David A.B., Corey L.B. Effects of coupled vibrations on the acoustical performance of underwater cylindrical shell transducers. *JASA*, 2007, vol. 122, no. 11, pp. 3419–3428.

8. Aronov B., Tetsuro O., David A.B. Methods of experimental investigation of acoustic interaction between electroacoustical transducers in array. *JASA*, 2002, vol. 112, no. 2, pp. 753–763.

9. Aronov B. Couplend vibration analysis of the thinwalled cylindrical piezoelectric ceramic transducers. *JASA*, 2009, vol. 125, no. 3, pp. 803–818.

10. Korzhik A.V. [Amplitude-frequency characteristics of some vibration modes of piezoceramic cylindrical sound receivers for various types of electrodynamic under conditions of coupling]. *Akusticheskiy vestnik* [Acoustic messenger], 2009, vol. 12, no. 3, pp. 33–40 (in Russian).